DOI:10. 19431/j. cnki. 1673-0062. 2020. 05. 013

跳扩散扭曲函数在期权定价中的应用

王敬童[1],姚落根[1*],范伟平[2]

(1. 湖南工商大学 数学与统计学院,湖南 长沙 410205;2. 中南林业科技大学 涉外学院,湖南 长沙 410004)

摘　要:基于 Merton 跳扩散分布,提出了 Merton 跳扩散扭曲函数。证明了在 Merton 跳扩散模型中,按 Merton 跳扩散扭曲函数得到的期权价格和在均值修正鞅测度下得到的期权价格一致。数值计算结果表明,Merton 跳扩散扭曲函数在定价准确性方面要好于基于 NIG 分布和标准正态分布的扭曲函数。

关键词:Merton 跳扩散模型;扭曲函数;期权定价;保险定价;王变换

中图分类号:O221.6　**文献标志码**:A

文章编号:1673-0062(2020)05-0087-06　开放科学(资源服务)标识码(OSID):

Applications of Jump Diffusion Distortion Functionin Option Pricing

WANG Jingtong[1], YAO Luogen[1*], FAN Weiping[2]

(1. School of Mathematics and Statistics, Hunan University of Technology and Business, Changsha, Hunan 410205, China; 2. Foreign-oriented College, Central South University of Forestry and Technology, Changsha, Hunan 410004, China)

Abstract: Based on Merton jump diffusion distribution, Merton jump diffusion distortion function is put forward. It is shown that option price under Merton jump diffusion distortion function is just the price under mean correcting martingale measure in Merton jump diffusion model. The numerical results show that in terms of pricing accuracy, the distortion function based on Merton jump diffusion distribution performs better than that on NIG distribution and standard normal distribution.

key words: Merton jump diffusion model; distortion function; option pricing; insurance pricing; Wang transform

0　引　言

随着金融市场和保险市场的加快融合,保险证券化和保险证券交易得到了快速发展。在这种背景下,保险定价方法必然会被引入到期权定价中。这就会导致一个研究热点:如何将保险定价

收稿日期:2020-07-05

基金项目:湖南省教育厅重点项目(19A267;19A271);湖南省自然科学基金项目(2019JJ40141)

作者简介:王敬童(1973-),男,副教授,主要从事金融数学方面的研究。E-mail:jingtong_wang@126.com。*通信作者:姚落根(1974-),男,副教授,博士,主要从事金融数学方面的研究。E-mail:yaoluogen@sina.com

方法运用到期权定价中以及按保险定价方法和按期权定价方法得到的期权价格之间具有什么样的关系。

基于标准正态分布,S. Wang[1] 利用概率扭曲的方法提出了一种现在称为王变换的保险和金融风险的定价方法。王变换不仅具有良好的数学性质,而且能够给出合理的经济学解释。更为突出的是,王变换与 Buhlmann 的保费原理一致。稍后,M. Hamada 和 M. Sherris[2] 探讨了王变换在期权定价中的应用。他们的研究表明:在资产收益率为正态分布的条件下,按王变换计算的期权价格和按 Black-Scholes 公式计算的价格相同;在资产收益率是非正态分布的条件下,王变换有很大的局限性。另外,A. Pelsser[3] 的反例说明,对于一般的资产收益率按王变换方法得到的期权价格可能有套利。

然而大量的实证结果已经表明,金融资产收益率具有尖峰厚尾等特征,明显不服从正态分布。因此为了适应资产收益率的非正态性质,利用王变换给期权定价必须进行某些修正。目前关于这方面的研究已有一些结果。F. Godin, S. Mayoral 和 M. Morales[4] 提出了基于 NIG 分布(normal inverse gaussian distribution)的扭曲函数。他们的结果表明通过该扭曲函数可以得到 Black-Scholes 形式的期权定价公式,并且在期权定价中比王变换更加有效。O. O. Bright 和 A. Godswill[5] 给出了基于柯西分布的扭曲函数,并得到了 Black-Scholes 形式的期权定价公式。

在上述文献基础之上,本文先基于 Merton 跳扩散分布,提出了一种新的扭曲函数——Merton 跳扩散扭曲函数。然后证明了在 Merton 跳扩散模型中,按 Merton 跳扩散扭曲函数得到的期权价格和在均值修正鞅测度下得到的期权价格一致,从而说明了按 Merton 跳扩散扭曲函数得到的期权价格无套利。最后,数值计算结果表明,Merton 跳扩散扭曲函数在定价准确性方面要好于基于 NIG 分布和标准正态分布的扭曲函数。

1 Merton 跳扩散模型

R. C. Merton[6] 假定资产价格服从如下的跳扩散过程

$$\frac{\mathrm{d}X_t}{X_{t-}} = (\mu - \lambda(\mathrm{e}^{\mu_J + 0.5\sigma_J^2} - 1))\mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}W_t + \mathrm{d}\Big(\sum_{i=1}^{N_t}(\mathrm{e}^{V_i} - 1)\Big), \tag{1}$$

其中,$\mu \in R, \mu_J \in R, \sigma > 0, \sigma_J > 0, \lambda > 0$ 均为常数,W_t 为标准布朗运动,N_t 是参数为 λ 的泊松过程,$V_i \sim N(\mu_J, \sigma_J^2), i = 1, 2, \cdots$ 是一列独立同分布的随机变量序列且 W_t, V_i, N_t 相互独立。

根据 Itô 公式,随机微分方程(1)有如下解

$$X_t = X_0 \mathrm{e}^{Z_t}, \tag{2}$$

其中,$X_0>0$ 是资产的初始价格,

$$Z_t = \Big(\mu - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda(\mathrm{e}^{\mu_J + 0.5\sigma_J^2} - 1)\Big)t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} \mathrm{e}^{V_i}。 \tag{3}$$

显然,Z_t 是 Lévy 测度为

$$v(\mathrm{d}x) = \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi\sigma_J^2}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu_J)^2}{2\sigma_J^2}} \mathrm{d}x$$

的 Lévy 过程。记 $m = \mu - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda(\mathrm{e}^{\mu_J + 0.5\sigma_J^2} - 1)$。由 Lévy-Khintchine 公式,$Z_t$ 的特征函数为

$$E[\mathrm{e}^{iuZ_t}] = \mathrm{e}^{t\varphi(u)}, \tag{4}$$

其中,

$$\varphi(u) = ium - \frac{1}{2}\sigma^2 u^2 + \lambda(\mathrm{e}^{iu\mu_J - 0.5\sigma_J^2 u^2} - 1)。$$

为行文方便,给出如下定义。

定义 1 如果随机变量 Z 的密度函数为

$$f(x;\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\lambda^n}{n!}\mathrm{e}^{-\lambda} \cdot f^N(x; m + n\mu_J, \sigma^2 + n\sigma_J^2),$$

其中,$f^N(x;\mu,\sigma^2)$ 表示均值为 μ,方差为 σ^2 的正态分布的密度函数,则称 Z 服从参数为 $\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J$ 的 Merton 跳扩散分布,简记为 $Z \sim M(\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J)$。

Merton 跳扩散过程也可如下定义。

定义 2 概率空间 $(\Omega, F, (F_t)_{t\geqslant 0}, P)$ 上的右连左极过程 Z_t 称为具有参数 $\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J$ 的 Merton 跳扩散过程,如果 Z_t 满足

1) $Z_0 = 0$ a. s.,

2) Z_t 具有独立增量和平稳增量,

3) $Z_t \sim M(\mu t, \sigma\sqrt{t}, \lambda t, \mu_J, \sigma_J)$。

Merton 的跳扩散模型(1)不完备,因而存在无穷多个等价鞅测度。Merton 采用均值修正鞅测度作为定价测度。均值修正鞅测度的基本思想是修正 Lévy 过程的均值,使得资产价格过程的折现过程为鞅(参见 W. Schoutens[7])。在均值修正鞅测度 Q 下,

$$Z_t=\left(r-\frac{\sigma^2}{2}-\lambda(e^{\mu_J+0.5\sigma_J^2}-1)\right)t+\sigma W_t+\sum_{i=1}^{N_t}e^{V_i},$$

其中,r 是无风险利率,W_t^Q 是在概率测度 Q 的标准布朗运动。利用 Merton 跳扩散分布记号,在均值修正鞅测度 Q 下,显然

$$Z_t\sim M(rt,\sigma\sqrt{t},\lambda t,\mu_J,\sigma_J)。\tag{5}$$

R. C. Merton[6] 由此推导出到期日为 T,执行价格为 K 的欧式看涨期权的价格 C_t 为

$$C_t\equiv E^Q(e^{-r\tau}(X_T-K)^+)=e^{-r\tau}\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(\lambda\tau)^n e^{-\lambda\tau}}{n!}C_{BS}(\tau,S_n,\sigma_n,K),\tag{6}$$

其中,

$$\tau=T-t,$$

$$\sigma_n^2=\sigma^2+\frac{n\sigma_J^2}{\tau},$$

$$S_n=X_0\exp\left(n\mu_J+\frac{n\sigma_J^2}{2}-\lambda\tau\exp(\mu_J+\frac{\sigma_J^2}{2})+\lambda\tau\right),$$

$C_{BS}(\tau,S,\sigma,K)$ 是在经典 Black-Scholes 模型中,到期时间为 τ,初始价格为 S,标准差为 σ,执行价格为 K 的欧式看涨期权的价格,即

$$C_{BS}(\tau,S,\sigma,K)=S\Phi\left(\frac{\ln\frac{S}{K}+\left(r+\frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)-Ke^{-r\tau}\Phi\left(\frac{\ln\frac{S}{K}+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)。$$

2　Merton 跳扩散扭曲函数

S. Wang[1] 提出了一种现在被称为王变换的金融和保险风险的定价方法。该方法利用扭曲函数来计算风险价格。设非负随机变量 X 代表金融风险,$F_X(x)$,$S_X(x)$ 分别是 X 的分布函数和生存函数,S. Wang[1] 利用 Choquet 积分定义风险价格为

$$\prod(X)=\int g(S_X(x))\,dx,$$

其中 $g(x)$ 是某个扭曲函数。基于正态分布,S. Wang[1] 提出了如下的扭曲函数

$$g_\alpha(u)=\Phi(\Phi^{-1}(u)+\alpha),$$

其中 $\Phi(u)$ 是标准正态分布函数。考虑如下的定价核

$$H[X=h(Z);\alpha]=\int g_\alpha(S_X(x))\,dx,$$

这里 h 是连续的,非负增函数。在 Black-Scholes 模型下,可以证明当 $\alpha=\frac{(r-\mu)\sqrt{T}}{\sigma}$ 时,按这个定价核计算出来的欧式期权的价格恰好和 Black-Scholes 公式一致。

目前,金融资产的收益率呈非正态分布特征已成为人们的共识。因此,基于正态分布的扭曲函数可能不太合适。相关的研究结果,例如 M. Hamada 和 M. Sherris[2]、F. Godin, S. Mayoral 和 M. Morales[4] 都证实了这点。本文将基于 Merton 跳扩散分布,提出一种新的扭曲函数。

定义 3　设随机变量 $Z\sim M(\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J)$,称扭曲函数

$$g_{\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J,\gamma}(x)=F_{-Z}(F_{-Z}^{-1}(x)+\gamma)\tag{7}$$

为 Merton 跳扩散扭曲函数。

基于正态分别的扭曲函数只含有 1 个参数 α,而 Merton 跳扩散扭曲函数有 6 个参数 $\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J,\gamma$。本质上,Merton 跳扩散扭曲函数就是把 $-Z$ 的分位数向左或向右平移 $|\gamma|$ 个单位,然后重新用 $-Z$ 的分布函数作用。

我们接下来讨论 Merton 跳扩散扭曲函数对 Merton 跳扩散分布的影响。

定理 1　设 $Z\sim M(\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J)$,$h(x)$ 是连续、严格递增的非负函数,$X=h(Z)$。则

$$H(X;\gamma)\equiv\int g_{\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J,\gamma}(S_X(x))\,dx=E[h(Z+\gamma)]。\tag{8}$$

证明:注意到 Merton 跳扩散分布是连续型分布,有

$$S_X(x)=P(X>x)=P(h(Z)>x)=P(Z>h^{-1}(x))=P(-Z<-h^{-1}(x))=F_{-Z}(-h^{-1}(x))。$$

将 Merton 跳扩散扭曲函数 $g_{\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J,\gamma}(x)$ 作用于 $S_X(x)$,可得

$$g_{\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J,\gamma}(S_X(x))=F_{-Z}(F_{-Z}^{-1}(F_{-Z}(-h^{-1}(x)))+\gamma)=F_{-Z}(-h^{-1}(x)+\gamma)=P(-Z\leqslant -h^{-1}(x)+\gamma)=P(Z+\gamma\geqslant h^{-1}(x))=P(h(Z+\gamma)\geqslant x)。$$

因此,定理的结论成立。

定理 1 要求 $h(x)$ 连续、严格递增。容易验证,对于函数 $\tilde{h}(x)=(h_1(x)-a)^+$,$(x\in R,a>0)$ 定理 1 仍然成立,这里 $h_1(x)$ 是连续、严格递增的非

负函数。从定理 1 的证明可看到,我们并没有用到随机变量 Z 的分布信息。因此,定理 1 可推广如下,证明过程不变。

定理 2 设随机变量 Z 的分布函数 F_Z 是连续、严格单调递增的函数,$h(x)$ 是连续、严格递增的非负函数,$X=h(Z)$。则

$$H(X;\gamma) \equiv \int g_{\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J,\gamma}(S_X(x))\,\mathrm{d}x = E[h(Z+\gamma)]。\tag{9}$$

注:在随机变量 Z 的密度函数关于原点对称的条件下,M. Hamada 和 M. Sherris[2] 也得到了式(9)。F. Godin,S. Mayoral 和 M. Morales[4] 基于 NIG 分布的扭曲函数也必须用到对称性这个条件。定理 2 只需要 F_Z 连续、严格单调递增,因此我们极大的推广了 M. Hamada 和 M. Sherris[2] 的结果。

3 期权定价

本节讨论在 Merton 跳扩散模型(2)中,按 Merton 跳扩散扭曲函数得到的欧式看涨期权的价格是否无套利。首先,选取一个合适的参数 γ^*,使得资产收益率恰好等于无风险利率。

定理 3 在跳扩散模型(2)中,$H[X_T;-\gamma^*]=X_0e^{rT}$,其中 $\gamma^*=(\varphi(-i)-r)T$。

证明:由定义 2,$Z_T\sim M(\mu T,\sigma\sqrt{T},\lambda T,\mu_J,\sigma_J)$。令 $h(x)=X_0e^x$,则 $X_T=h(Z_T)$。再利用定理 1 和式(4),有

$$H[X_T;-\gamma]=E[h(Z_T-\gamma)]=X_0e^{-\gamma}[e^{Z_T}]=X_0e^{T\varphi(-i)-\gamma}。$$

容易看到,如果令

$$\gamma^*=(\varphi(-i)-r)T,$$

则有

$$H[X_T;-\gamma^*]=X_0e^{rT}。$$

因此,定理的结论成立。

定理 3 表明,在 Merton 跳扩散扭曲函数 $g_{\mu,\sigma,\lambda,\mu_J,\sigma_J,\gamma^*}$ 作用下,资产的收益率等于无风险利率。下面的定理说明 Merton 跳扩散扭曲函数与期权定价理论一致。

定理 4 在 Merton 跳扩散模型(2)中,

$$H[e^{-rT}(X_T-K)^+;-\gamma^*]=E^Q\{e^{-rT}(X_T-K)^+\}。\tag{10}$$

证明:令 $h(x)=e^{-rT}(X_0e^x-K)^+$,则

$$h(Z_T)=e^{-rT}(X_T-K)^+。$$

由定理 1,

$$H[h(Z_T);-\gamma^*]=E[h(Z_T-\gamma^*)]=e^{-rT}E[(X_0e^{Z_T-\gamma^*}-K)^+]。$$

记 $Y_T=Z_T-\gamma^*$。由于在实际概率 P 下,$Z_T\sim M(\mu T,\sigma\sqrt{T},\lambda T,\mu_J,\sigma_J)$,故在实际概率 P 下,$Y_T\sim M((\mu+r-\varphi(-i))T,\sigma\sqrt{T},\lambda T,\mu_J,\sigma_J)$。容易验证,$\varphi(-i)=\mu$,从而在概率 P 下,$Y_T\sim M(rT,\sigma\sqrt{T},\lambda T,\mu_J,\sigma_J)$。另一方面,

$$E^Q\{e^{-rT}(X_T-K)^+\}=e^{-rT}E^Q\{(X_0e^{Z_T}-K)^+\}。$$

由式(5),在均值修正鞅测度 Q 下,$Z_T\sim M(rT,\sigma\sqrt{T},\lambda T,\mu_J,\sigma_J)$。因此,$Y_T$ 在概率 P 下的分布,与 Z_T 在概率 Q 下的分布完全相同。从而我们有

$$H[e^{-rT}(X_T-K)^+;-\gamma^*]=e^{-rT}E[(X_0e^{Y_T}-K)^+]=e^{-rT}E^Q[(X_0e^{Z_T}-K)^+]=E^Q[e^{-rT}(X_T-K)^+]。$$

因此,定理的结论成立。

定理 4 表明,在 Merton 跳扩散模型(2)中,按 Merton 跳扩散扭曲函数得到的欧式看涨期权的价格等于均值修正鞅测度下期权的价格。因此,这是一个无套利价格。

4 数值分析

本节对来自四个期权定价模型(B-S 模型、Merton 跳扩散模型、NIG 模型和 VG 模型)的模拟数据,讨论三种扭曲函数(分别基于正态分布、NIG 分布和 Merton 跳扩散分布)定价的准确性。我们的主要目的是想说明,在定价的准确性方面,Merton 跳扩散扭曲函数比 NIG 扭曲函数和正态扭曲函数要好。

4.1 B-S 模型

在经典 B-S 模型

$$X_t=X_0e^{(\mu-0.5\sigma^2)t+\sigma W_t},0\leqslant t\leqslant T$$

中,先设定 $X_0=50,r=0.05,T=0.5,\sigma=0.2,\mu=0.15$,然后模拟出 1 000 个期末价格 X_T。利用这些模拟价格,可得 NIG 过程、Merton 跳扩散过程中参数的极大似然估计如下:

$$\hat{\alpha}=52.408\,5,\hat{\beta}=-1.456\,4,$$

$$\hat{\mu}=0.187\,0,\hat{\delta}=2.009\,1;$$

$$\hat{\mu}=0.168\,7,\hat{\sigma}=0.193\,3,\hat{\lambda}=0.347\,0,$$

$$\hat{\mu}_J=-0.054\,3,\hat{\sigma}_J=1.111\,8\times10^{-4}。$$

最后,利用基于正态分布、NIG 分布和 Merton 跳扩散分布的扭曲函数,分别计算欧式看涨期权的价格,结果如表 1。结果表明,三种价格都比较准

确,其中 Wang 价格最好,NIG 价格相对最差。

表 1　B-S 模型中,三种扭曲函数定价准确性的比较

Table 1　Comparison of three distortion function pricing accuracy in B-S model

执行价格	47	48	49	50	51	52	53
B-S 价格	5.274 6	4.611 1	4.000 6	3.444 4	2.942 8	2.495 0	2.094 4
Wang 价格	5.267 8	4.592 9	3.966 6	3.400 6	2.895 0	2.442 6	2.043 0
NIG 价格	5.249 8	4.575 6	3.950 3	3.385 5	2.881 3	2.430 3	2.032 2
跳扩散价格	5.264 8	4.589 7	3.963 2	3.397 1	2.891 5	2.439 1	2.039 6
Wang 相对误差	0.001 3	0.004 0	0.008 5	0.012 7	0.016 2	0.021 0	0.026 9
NIG 相对误差	0.004 7	0.007 7	0.012 6	0.017 1	0.020 9	0.025 9	0.032 0
跳扩散相对误差	0.001 9	0.004 7	0.009 3	0.013 7	0.017 4	0.022 4	0.028 4

4.2　跳扩散模型

在 Merton 跳扩散模型中(2),先设定参数 $X_0=20$, $r=0.05$, $T=0.5$, $\mu=0.15$, $\sigma=0.1$, $\lambda=1$, $\mu_J=0.2$, $\sigma_J=0.1$,然后根据模型模拟了 1 000 个价格 X_T。利用模拟价格,可得 NIG 过程中参数的极大似然估计如下:

$$\hat{\alpha}=24.805\,8,\hat{\beta}=20.493\,9,$$

$$\hat{\mu}=-0.282\,7,\hat{\delta}=0.273\,5。$$

结果表明跳扩散价格要优于 NIG 价格,Wang 价格的误差太大(见表 2)。

表 2　Merton 跳扩散模型中,三种扭曲函数定价准确性的比较

Table 2　Comparison of three distortion function pricing accuracy in Merton jump diffusion model

执行价格	17	18	19	20	21	22	23
默顿价格	3.479 2	2.676 9	2.059 9	1.611 2	1.271 5	0.999 5	0.779 8
Wang 价格	3.447 8	2.576 5	1.871 7	1.370 1	1.024 4	0.773 3	0.586 7
NIG 价格	3.483 6	2.674 6	2.033 7	1.564 7	1.223 7	0.962 9	0.759 7
跳扩散价格	3.513 6	2.704 7	2.077 1	1.618 9	1.263 2	0.991 6	0.767 2
Wang 相对误差	0.009 0	0.037 5	0.091 3	0.149 7	0.194 3	0.226 3	0.247 6
NIG 相对误差	0.001 3	0.000 9	0.012 7	0.028 9	0.037 6	0.036 6	0.025 7
跳扩散相对误差	0.009 9	0.010 4	0.008 4	0.004 8	0.006 5	0.007 9	0.016 2

4.3　NIG 模型

在 NIG 模型中,设定 $X_0=20$, $T=0.5$, $r=0.1$, $\alpha=6$, $\beta=4$, $\mu=-0.5$, $\delta=1$,同样模拟了 1 000 个价格 X_T。Merton 跳扩散模型参数的极大似然估计为

$$\hat{\mu}=0.016\,4,\hat{\sigma}=0.327\,4,\hat{\lambda}=1.040\,2,$$

$$\hat{\mu}_J=0.406\,7,\hat{\sigma}_J=0.300\,8。$$

模拟结果表明,NIG 价格和跳扩散价格没有显著性差异,但 Wang 价格误差太大。

表 3　NIG 模型中,三种扭曲函数定价准确性的比较

Table 3　Comparison of three distortion function pricing accuracy in NIG model

执行价格	17	18	19	20	21	22	23
理论价格	5.505 2	5.054 0	4.655 9	4.304 0	3.992 1	3.714 7	3.467 1
Wang 价格	4.857 3	4.297 1	3.792 6	3.382 3	3.027 1	2.714 4	2.467 6
NIG 价格	5.378 4	4.918 7	4.511 7	4.157 9	3.850 3	3.580 4	3.343 6
跳扩散价格	5.383 8	4.917 0	4.514 1	4.162 7	3.854 1	3.579 5	3.334 2
Wang 相对误差	0.117 7	0.149 8	0.185 4	0.214 1	0.241 7	0.269 3	0.288 3
NIG 相对误差	0.022 1	0.026 8	0.031 0	0.033 9	0.035 5	0.036 1	0.035 6
跳扩散相对误差	0.023 0	0.027 1	0.030 5	0.032 8	0.034 6	0.036 4	0.038 3

4.4 VG 模型

VG 模型中,设定参数如下:$X_0=50$, $T=0.5$, $r=0.1$, $\theta=-0.1$, $\nu=0.2$, $\sigma=0.15$, $\mu=0.2$。通过模拟 1 000 个价格 X_T,可得 NIG 过程中参数的极大似然估计

$$\hat{\alpha}=12.2826,\hat{\beta}=-3.5945,$$

$$\hat{\mu}=0.1966,\hat{\delta}=0.3145$$

和跳扩散过程参数的极大似然估计

$$\hat{\mu}=0.1695,\hat{\sigma}=0.0908,\hat{\lambda}=1.9593,$$

$$\hat{\mu}_J=-0.0316,\hat{\sigma}_J=0.0798。$$

模拟数据表明,Merton 跳扩散价格价格相对来说最好。

表 4 VG 模型中,三种扭曲函数定价准确性的比较

Table 4 Comparison of three distortion function pricing accuracy in VG model

执行价格	47	48	49	50	51	52	53
理论价格	5.789 3	5.002 0	4.258 3	3.566 0	2.933 1	2.366 5	1.872 3
Wang 价格	5.911 8	5.137 5	4.406 0	3.733 2	3.113 0	2.552 7	2.049 3
NIG 价格	5.888 9	5.112 7	4.380 0	3.707 0	3.087 7	2.529 4	2.029 0
跳扩散价格	5.859 0	5.085 3	4.355 4	3.685 1	3.068 2	2.511 8	1.872 3
Wang 相对误差	0.021 2	0.027 1	0.034 7	0.046 9	0.061 3	0.078 7	0.094 6
NIG 相对误差	0.017 2	0.022 1	0.028 6	0.039 6	0.052 7	0.068 9	0.083 7
跳扩散相对误差	0.012 0	0.016 7	0.022 8	0.033 4	0.046 1	0.061 4	0.075 0

参考文献:

[1] WANG S.A class of distortion operators for pricing financial and insurance risks[J]. Journal of risk and insurance,2000,67(1):15-36.

[2] HAMADA M,SHERRIS M. Contingent claim pricing using probability distortion operators:Methods from insurance risk pricing and their relationship to financial theory[J]. Applied mathematical finance,2003,10(1):19-47.

[3] PELSSER A. On the applicability of the Wang transform for pricing financial risks[J]. Astin bulletin,2008,38(1):171-181.

[4] GODIN F, MAYORAL S, MORALES M. Contingent claim pricing using a normal inverse Gaussian probability distortion operator[J]. Journal of risk and insurance, 2012,79(3):841-866.

[5] BRIGHT O O,GODSWILL U A. Contingent claim pricing using the Cauchy probability distortion oerator under simple transformation[J]. International journal of applied physics and mathematics,2013,3(1):8-13.

[6] MERTON R C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous[J]. Journal of financial economics,1976,3(1/2):125-144.

[7] SCHOUTENS W. Lévy Processes in finance:Pricing financial derivatives[M]. Chichester:John Wiley and Sons, 2003:77-80.

[8] YAARI M E. The dual theory of choice under risk[J]. Econometrica,1987,55(1):95-115.

[9] MADAN D B,CARR P P,CHANG E C. The variance gamma process and option pricing[J]. European finance review,1998,2(1):79-105.

[10] KIJIMA M,MUROMACHI Y. An extension of the Wang transform derived from Buhlmann's economic premium principle for insurance risk[J]. Insurance:Mathematics and economics,2008,42(3):887-896.