

DOI:10.19431/j.cnki.1673-0062.2019.01.010

改进灰色马尔可夫模型在湖南省粮食产量预测中的研究

尹邦华, 廖基定*, 黄朝强

(南华大学 数理学院, 湖南 衡阳 421001)

摘要:通过选取湖南省2001年至2017年间的粮食产量数据,采用灰色系统理论、背景值优化、新陈代谢原理、结合马尔可夫模型建立等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型对湖南省粮食产量进行预测。结果显示:等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型的预测精度远高于传统的灰色预测模型,该模型更适合中短期粮食产量预测。

关键词:粮食产量;灰色系统理论;新陈代谢;马尔可夫模型;无偏灰色模型

中图分类号:N945.12 **文献标志码:**A **文章编号:**1673-0062(2019)01-0052-06

Study on Improved Grey Markov Model in Grain Yield Prediction in Hunan Province

YIN Banghua, LIAO Jiding*, HUANG Chaoqiang

(School of Mathematics and Physics, University of South China, Hengyang, Hunan, 421001, China)

Abstract: Through selecting the grain yield data from 2001 to 2017 in Hunan Province, an improved unbiased grey Markov model of equal dimension metabolism was established adopting the grey system theory, background value optimization, metabolism principle combined with Markov model to predict the grain yield in Hunan Province. The results show that the prediction accuracy of the improved unbiased grey Markov model of equal dimension metabolism is much higher than that of the traditional grey model, and the model is more suitable for forecasting grain yield in the short and medium term.

key words: grain yield; grey system theory; metabolism; Markov model; unbiased grey model

收稿日期:2018-08-23

作者简介:尹邦华(1992-),男,硕士研究生,主要从事概率论与数理统计等方面的研究. E-mail:1179679925@qq.com. *通信作者:廖基定(1964-),男,教授,博士,主要从事保险风险理论方面的研究. E-mail:liaojiding@163.com

0 引言

众所周知,自古以来,中国是农业大国,农业是国民经济的基础,粮食是农业的根本。粮食问题不仅是关系到国家人民生活的水平,更是影响着国家的国民经济发展、社会和谐稳定的重大战略问题。湖南作为农业生产大省,为全国粮食的生产作出巨大的贡献,比如:2016年湖南省仅占全国耕地的4.33%的土地产出 $2\ 953.1 \times 10^4$ t粮食,占全国总粮食的4.79%,在全国各省中位列第九。此外,由于湖南粮食生产不仅要满足本省居民生活增收和发展的需求,而且要为全国总粮食的生产作出稳定的输送,因此湖南粮食生产在全国具有举足轻重的地位。然而,近年来由于湖南粮食生产比较波动、不够稳定,所以需要为湖南粮食生产的变化规律进行探究,从而科学、准确地预测湖南省的粮食产量。

目前对粮食产量的预测在国外主要有以下几种方法:1)气象产量预测法;2)遥感技术;3)统计动力学模拟法。这三种方法预测误差通常在5%~10%,预测精度不高^[1-3]。

国内对粮食产量的预测做了大量的研究,例如:陈焕珍运用灰色系统理论、结合马尔可夫模型建立灰色马尔可夫模型对青岛市的粮食产量进行预测^[4];龚波,肖国安,张四梅提出运用灰色相对关联分析、结合GM(1,1)模型建立GM(1,N)模型对湖南省的粮食产量进行预测^[5];李胜利利用GM(1,1)灰色模型对湖南省的粮食产量进行预测^[6];王丹丹运用粗糙集理论对河南省的粮食产量进行预测^[7];张超,何翔宇,吴荣涛等提出在GM(1,1)模型基础上,建立等维信息GM(1,1)模型对河南省的粮食产量进行预测^[8];周庆元运用灰色系统理论及马尔可夫链构建灰色马尔可夫模型对江苏省的粮食产量进行预测^[9];樊超,郭亚菲,曹培格等运用灰色-马尔可夫模型对我国的粮食产量进行预测^[10];郑建安提出将主成分分析和BP神经网络组合对我国的粮食产量进行预测^[11];杨克磊,张振宇、和美运用GM(1,1)模型对我国粮食产量进行预测^[12];林芳提出运用GM(1,1)模型、结合BP神经网络对我国的粮食产量进行预测^[13]。

本文基于对现有的预测方法进行分析和研究,以期得到更精确的预测方法。首先对灰色模型进行无偏化改造建立无偏灰色模型;再在无偏

灰色模型的基础上对模型的背景值进行优化,建立改进无偏灰色模型;然后运用马尔可夫模型对改进无偏灰色模型进行优化,建立改进无偏灰色马尔可夫模型;最后运用新陈代谢的原理建立等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型;并运用该模型对湖南的粮食产量进行预测。

1 等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型

1.1 灰色模型建模

设原始数据序列

$$w^{(0)} = \{w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, w_3^{(0)}, \dots, w_{n-1}^{(0)}, w_n^{(0)}\} \quad (1)$$

其中 $w_k^{(0)} \geq 0 (k = 1, 2, 3, \dots, n)$ 。

对 $w^{(0)}$ 进行一次累加生产序列

$$w^{(1)} = \{w_1^{(1)}, w_2^{(1)}, w_3^{(1)}, \dots, w_{n-1}^{(1)}, w_n^{(1)}\} \quad (2)$$

其中 $w_k^{(1)} = \sum_{i=1}^k w_i^{(0)}, k = 1, 2, 3, \dots, n$ 。

设 $z^{(1)}$ 为 $w^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列

$$z^{(1)} = \{z_2^{(1)}, z_3^{(1)}, z_4^{(1)}, \dots, z_n^{(1)}\} \quad (3)$$

其中

$$z_k^{(1)} = \frac{1}{2}(w_k^{(1)} + w_{k-1}^{(1)}), k = 2, 3, 4, \dots, n. \quad (4)$$

设 $w^{(1)}$ 满足一阶灰色微分方程预测模型:

$$\frac{dw_k^{(1)}}{dt} + aw_k^{(1)} = b \quad (5)$$

其中 a 为发展系数, b 为内生控制变量。设参数向量 $C = [a, b]^T$,由传统的最小二乘法及MATLAB软件求解参数向量 C ,即:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (6)$$

式中

$$B = \begin{pmatrix} -z_2^{(1)} & 1 \\ -z_3^{(1)} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z_n^{(1)} & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$Y_n = \begin{pmatrix} w_2^{(0)} \\ w_3^{(0)} \\ \vdots \\ w_n^{(0)} \end{pmatrix} \quad (8)$$

将式(6)求解得的 a 、 b 的值代入式(5),得时间响应函数为:

$$\hat{w}_{k+1}^{(1)} = \left[w_1^{(0)} - \frac{b}{a} \right] e^{-k} + \frac{b}{a} \quad (9)$$

将 $\hat{w}_{k+1}^{(1)}$ 累减还原,得到原始数据的预测值,即:

$$\hat{w}_{k+1}^{(1)} = \hat{w}_{k+1}^{(1)} - \hat{w}_k^{(1)} \quad (10)$$

式(10)是灰色系统中预测模型最基础的计算公式。

1.2 无偏灰色模型建模

传统灰色预测模型存在固有的偏差且预测值的可靠性低,为了提高灰色预测模型的预测精度,即建立无偏灰色预测模型。由式(10)可得传统的灰色预测模型,即:

$$\hat{w}_{k+1}^{(0)} = (1 - e^{-a}) \left[w_1^{(0)} - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} \quad (11)$$

结合文献[14]用传统灰色预测模型参数 a, b 求得无偏灰色模型参数 A, u 。其中,

$$A = \ln \left(\frac{2-a}{2+a} \right), u = \frac{2b}{2+a} \quad (12)$$

建立无偏灰色模型

$$\begin{cases} \hat{w}_1^{(0)} = w_1^{(0)} \\ \hat{w}_k^{(0)} = ue^{AK}, k = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (13)$$

式(13)中 $\hat{w}_{k+1}^{(0)}$ 表示 $k+1$ 时刻的预测值。

1.3 改进无偏灰色模型

为了减弱原始数据序列中异常数据对无偏灰色预测模型预测精度的影响,从而对原始数据序列进行平滑处理,提高无偏灰色预测模型的预测精度。

设原始数据序列 $w^{(0)} = \{w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, w_3^{(0)}, \dots, w_{n-1}^{(0)}, w_n^{(0)}\}$, 其中 $w_k^{(0)} \geq 0, k = 1, 2, 3, \dots, n$ 对原始数据序列 $w^{(0)}$ 平滑处理后得新的数据序列

$$x^{(0)} = \{x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}\} \quad (14)$$

计算表达式如式(15)所示

$$\begin{cases} x_1^{(0)} = \frac{3w_1^{(0)} + w_2^{(0)}}{4} \\ x_i^{(0)} = \frac{w_{i-1}^{(0)} + 2w_i^{(0)} + w_{i+1}^{(0)}}{4} \\ x_n^{(0)} = \frac{w_{n-1}^{(0)} + 3w_n^{(0)}}{4} \end{cases} \quad (15)$$

式(15)中, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 。

无偏灰色模型在计算模型的背景值时采用的权重为 0.5, 而樊新海^[15]等学者认为从理论上尚无法说明当权重为 0.5 时,模型的预测精度最高,因而本文通过改变计算背景值时的权重的运算方法来优化模型的背景值,进而提高预测精度。

设原始数据序列 $w^{(0)}$ 平滑处理后得新的数据序列 $x^{(0)} = \{x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}\}$, 对其一次累

加生成序列:

$$x^{(1)} = \{x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}\}, \quad (16)$$

其中

$$x_k^{(1)} = \sum_{i=1}^k x_i^{(0)}, k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (17)$$

则模型的背景值计算如式(18)所示^[16]。

若 $w_k^{(0)} \neq w_{k-1}^{(0)}$, 则

$$z_k^{(1)} = w_k^{(0)} \left[\frac{1}{\ln \left(\frac{w_k^{(0)}}{w_{k-1}^{(0)}} \right)} - \frac{\frac{w_k^{(0)}}{w_{k-1}^{(0)}}}{\frac{w_k^{(0)}}{w_{k-1}^{(0)}} - 1} \right] + x_k^{(1)}$$

若 $w_k^{(0)} = w_{k-1}^{(0)}$, 则

$$z_k^{(1)} = \frac{1}{2} (w_k^{(1)} + w_{k-1}^{(1)}) \quad (18)$$

其中, $k = 2, 3, 4, \dots, n$ 。

再由式(6)~式(18)建立改进无偏灰色模型,即:

$$\begin{cases} \hat{w}'_1^{(0)} = w_1^{(0)} \\ \hat{w}'_{k+1}^{(0)} = ue^{AK}, k = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (19)$$

式(19)中 $\hat{w}'_{k+1}^{(0)}$ 表示 $k+1$ 时刻的预测值。

根据式(19)生成预测值序列:

$$\hat{w}^{(0)} = \{\hat{w}_k^{(0)}, k = 1, 2, 3, \dots, n\} \quad (20)$$

令:

$$Y_k = \frac{w_k^{(0)}}{\hat{w}_k^{(0)}} \quad (21)$$

式(21)为灰预测精度指标,反映预测值对原始数据序列的偏离程度。

1.4 改进无偏灰色马尔可夫模型

马尔可夫模型研究系统的未来系统状态只与系统现在的状态有关、与系统过去的状态无关的现象,通过各状态之间的概率转移来预测未来系统的发展, $n-t$ 个时刻后的状态概率向量

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{h}(t) \mathbf{P}(1)^{n-t} \quad (22)$$

式中, $\mathbf{h}(t)$ 表示初始时刻 t 的状态概率向量;

$\mathbf{P}(1)$ 表示步状态转移概率矩阵。

令:

$$\hat{Y}(t) = \hat{w}_{t+1}^{(0)} \quad (23)$$

根据灰预测精度指标的情况,可将预测序列分成若干个状态空间,任意状态空间记为:

$$E_i = [E_{1i}, E_{2i}], i = 2, 3, 4, \dots, n \quad (24)$$

式中, $E_{1i} = \hat{Y}(t) \times U_i, E_{2i} = \hat{Y}(t) \times V_i, U_i$ 和 V_i 分别为状态 i 的上、下界。

利用数理统计的方法统计改进无偏灰色模型

预测的数据,可得状态 i 转向状态 j 的概率为 p_{ij} , $i, j \in E, E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$, 为状态集合,则状态转移概率矩阵为:

$$P(m) = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1j} \\ \vdots & & \vdots \\ p_{i1} & \dots & p_{ij} \end{pmatrix} \quad (25)$$

根据式(22)计算预测值所在时刻的状态概率,利用状态概率判断预测值所落在的状态区间,取该区间的中间值作为 t 时刻的最终预测值,即 t 时刻改进无偏灰色马尔可夫模型预测值为:

$$\hat{y}(t) = \frac{E_{1i} + E_{2i}}{2} \quad (26)$$

1.5 等维新陈代谢模型

随着时间的推移,旧数据在预测模型序列中的有效作用逐步降低,对模型的扰动影响逐渐增强,从而影响模型的预测精度。为了提高预测精度,在预测模型序列中加入最新的预测数据,替代陈旧的数据,在每一步的预测中,利用最新信息优先的原则,对预测模型序列进行等维处理,预测模型序列才能更真实的反映系统的最新趋势,从而得到预测精度较高的结果。本文利用新陈代谢的原理对原始数据进行等维处理,从而建立等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型。即:将式(26)得到的改进无偏灰色马尔可夫模型的预测值 $\hat{y}(t)$ 加入到原始数据序列 $w^{(0)} = \{w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, w_3^{(0)}, \dots, w_{n-1}^{(0)}, w_n^{(0)}\}$ 中,同时,去掉原始数据序列中的 $w_1^{(0)}$,使数据序列维数保持不变;然后,对新的数据序列再次进行改进无偏灰色马尔可夫模型预测,如此反复操作,直到完成预测目标。

利用新陈代谢的原理,不断的进行信息的更替,避免了随着时间的推移,信息量的增加,建模运算量逐渐增加的问题。除此之外,利用新陈代谢的原理处理原始数据序列不仅可以更好的反映出系统最新的变化趋势,而且消除了旧数据对预测模型产生的噪声污染。因此能较好的提高预测精度。

2 湖南省粮食产量预测

本文根据《2001—2017 年间湖南省统计年鉴》的统计资料,选取 2000—2016 年间湖南省粮食产量数据见表 1,其中 2000—2011 年间湖南省粮食产量数据为原始数据,2012—2016 年间湖南

省粮食产量数据为模型的检验数据,检验本方法的有效性。

表 1 湖南省 2000—2016 年间粮食产量数据
Table 1 Grain production data in Hunan province in 2000—2016 10^4 t

年份	粮食产量	年份	粮食产量
2000	2 874.97	2009	2 902.50
2001	2 700.30	2010	2 847.49
2002	2 501.30	2011	2 939.35
2003	2 442.73	2012	3 006.50
2004	2 809.98	2013	2 925.74
2005	2 856.55	2014	3 001.26
2006	2 901.18	2015	3 002.93
2007	2 909.89	2016	2 953.20
2008	2 969.35		

取本文的原始数据序列为:

$$w^{(0)} = \{2\ 874.97, 2\ 700.30, 2\ 501.30, 2\ 442.73, 2\ 809.98, 2\ 856.55, 2\ 901.18, 2\ 909.89, 2\ 969.35, 2\ 902.5, 2\ 847.49, 2\ 939.35\}$$

由式(2)~式(8)计算可得:

$$C = \begin{pmatrix} -0.013\ 872\ 021\ 392\ 387 \\ 2\ 550.356\ 426\ 701\ 357 \end{pmatrix} \quad (27)$$

代入式(9)可建立灰色预测模型为:

$$\hat{w}_{k+1}^{(1)} = 186\ 747.867\ 750\ 856\ 5e^{0.013\ 870\ 213\ 924\ 387k} - 183\ 872.897\ 750\ 856\ 5 \quad (28)$$

由式(15)对原始数据进行平滑处理,得到新序列:

$$x^{(0)} = \{2\ 831.30, 2\ 694.22, 2\ 536.41, 2\ 549.19, 2\ 729.28, 2\ 856.07, 2\ 892.20, 2\ 992.58, 2\ 937.77, 2\ 905.46, 2\ 884.21, 2\ 916.39\}$$

再由式(16)~式(18)及式(12)计算可得:

$$A = 0.013\ 837\ 834\ 973\ 132$$

$$u = 2\ 568.647\ 184\ 573\ 996 \quad (29)$$

代入式(19)建立改进无偏灰色预测模型为:

$$\begin{cases} \hat{w}_1^{(0)} = w_1^{(0)} \\ \hat{w}_{k+1}^{(0)} = 2\ 568.647\ 184\ 573\ 996e^{0.013\ 837\ 834\ 973\ 132k} \end{cases}$$

其中 $k = 1, 2, 3, \dots, n-1$ (30)

将改进无偏灰色模型的预测数据与原始数据进行比较,相对误差计算见表 2。

表2 湖南省粮食产量实际值、预测值

Table 2 Actual value and forecast value of grain production in Hunan Province

年份	原始数据 /10 ⁴ t	平滑处理值 /10 ⁴ t	灰预测值 /10 ⁴ t	改进无偏灰 预测值/10 ⁴ t	改进无偏 灰色拟合残差	改进无偏灰色 拟合相对误差	灰预测 精度指标
2000	2 874.97	2 831.30	2 874.97	2 874.97	0.000 0	0.000 0	1.000 0
2001	2 700.30	2 694.22	2 608.28	2 604.44	95.861 2	0.035 5	1.036 8
2002	2 501.30	2 536.41	2 644.71	2 640.71	-139.429 0	-0.055 7	0.947 2
2003	2 442.73	2 549.19	2 681.47	2 677.51	-234.795 0	-0.096 1	0.912 3
2004	2 809.98	2 729.81	2 719.10	2 714.84	95.146 3	0.033 9	1.035 0
2005	2 856.55	2 856.07	2 757.08	2 752.66	103.887 7	0.036 4	1.037 7
2006	2 901.18	2 892.20	2 795.59	2 791.02	110.162 1	0.038 0	1.039 5
2007	2 909.89	2 922.58	2 834.63	2 829.91	79.982 0	0.027 5	1.028 3
2008	2 969.35	2 937.77	2 874.22	2 869.34	100.001 0	0.033 7	1.034 9
2009	2 902.50	2 905.46	2 914.37	2 909.32	-6.821 5	0.002 4	0.997 7
2010	2 847.49	2 884.21	2 955.07	2 949.86	-102.370 0	-0.036 0	0.965 3
2011	2 939.35	2 916.39	2 996.34	2 990.96	-51.613 4	-0.017 6	0.982 7

根据表中的原始数据与改进无偏灰色预测值的比值来划分状态区间,可以划分为3种状态,见表3。选取0.91、0.96、1.02和1.04为相对误差阈值,可得各状态的取值范围。

状态1: $E_{11} = 0.91 \times \hat{Y}(t)$, $E_{21} = 0.96 \times \hat{Y}(t)$

状态2: $E_{12} = 0.96 \times \hat{Y}(t)$, $E_{22} = 1.02 \times \hat{Y}(t)$

状态3: $E_{13} = 1.02 \times \hat{Y}(t)$, $E_{23} = 1.04 \times \hat{Y}(t)$

表3 状态划分标准

Table 3 State partition standard

状态	描述	灰预测精度指标范围
1	高估	[0.91, 0.96]
2	稳定	[0.96, 1.02]
3	低估	[1.02, 1.04]

根据表3可以确定系统的状态一步转移次数统计表,见表4。

表4 马尔可夫状态转移次数统计

Table 4 Statistics of the number of Markov state transitions

状态	状态1	状态2	状态3	合计
状态1	1	0	1	2
状态2	0	2	1	3
状态3	1	1	4	6
合计	2	3	6	11

根据表4可得系统的状态一步转移概率矩阵:

$$P^{(1)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \quad (31)$$

2011年处于状态2,再由式(22)可计算2012年处在各状态的概率为:处于状态1的概率为0,处于状态2的概率为 $\frac{2}{3}$,处于状态3的概率为 $\frac{1}{3}$ 。

根据2012年处于各状态概率的分析,2012年预测处于稳定状态。再根据式(26)可得2012年湖南省粮食产量预测值为 $3\ 002.31 \times 10^4$ t,而改进无偏灰色马尔可夫模型的预测值为 $3\ 032.6 \times 10^4$ t。

根据新陈代谢的原理将改进无偏灰色马尔可夫模型得到的2012年湖南省粮食产量的预测结果 $3\ 002.31 \times 10^4$ t加入原始数据,同时,去掉原始数据序列中最远、最陈旧的2000年的粮食产量数据,保持原始数据序列的维数不变。将新的数据序列重复以上的步骤,得到2013年、2014年、2015年及2016年的改进无偏灰色马尔可夫模型的湖南省粮食产量的预测值。将2012年至2016年的灰色模型预测值、改进无偏灰色模型预测值和等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型预测值进行对比分析,相对误差见表5。

表5 三种预测模型的比较

Table 5 Comparison of three forecasting models

年份	实际值/ 10^4 t	灰色预测		无偏预测		等维预测	
		灰色预测值/ 10^4 t	相对误差/%	无偏预测值/ 10^4 t	相对误差/%	等维预测值/ 10^4 t	相对误差/%
2012	3 006.50	3 038.19	1.05	3 032.64	0.87	3 002.31	0.14
2013	2 925.74	3 080.63	5.48	3 074.90	5.10	2 900.21	0.84
2014	3 001.26	3 123.65	4.08	3 117.74	3.88	2 949.80	1.73
2015	3 002.93	3 167.28	5.47	3 161.18	5.27	2 988.25	0.49
2016	2 953.20	3 211.52	8.75	3 205.23	8.53	3 033.26	2.71
平均相对误差/%		4.97		4.73		1.16	

3 结 论

本文运用三点平滑法对原始数据进行平滑处理、背景值优化、新陈代谢的原理及马尔可夫模型,在灰色模型的基础上,构建等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型,并运用该模型对湖南省粮食产量进行了预测。将基于等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型对湖南省粮食产量预测的结果与其他模型预测的结果比较得到如下结论,等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型预测值的平均相对误差为 1.16%,而灰色模型预测值的相对平均误差为 4.97%,预测精度提高了 3.81%,说明了等维新陈代谢的改进无偏灰色马尔可夫模型更适用于粮食产量的中短期预测。

参考文献:

- [1] 李付琴,隋洪智. 农作物遥感估产研究进展[J]. 地球科学进展,1992,7(3):30-36.
- [2] HAYES M J, DECKER W L. Using NOAA AVHRR data to estimate maize production in the united States corn belt[J]. International journal of remote sensing,1996,17(16):3189-3200.
- [3] 陈锡康,杨翠红. 农业复杂巨系统的特点与全国粮食产量预测研究[J]. 系统工程理论与实践 2002,22(6):108-112.
- [4] 陈焕珍. 基于灰色马尔可夫模型的青岛市粮食产量预测[J]. 计算机仿真,2013,30(15):429-433.
- [5] 龚波,肖国安,张四梅. 基于灰色系统理论的湖南粮食产量预测研究[J]. 湖南科技大学学报(社会科学

版),2012,15(5):62-65;79.

- [6] 李胜利. 基于灰色系统理论的湖南省粮食产量预测研究[D]. 长沙:长沙理工大学,2012.
- [7] 王丹丹. 基于粗糙集理论的河南省粮食产量预测研究[J]. 河南农业大学学报,2015,49(6):876-880.
- [8] 张超,何翔宇,吴荣涛,等. 基于等维新息 GM(1,1)模型的河南省粮食产量预测[J]. 河南农业大学学报,2015,49(4):556-560;572.
- [9] 周庆元. 基于灰色马尔可夫模型的粮食产量预测方法[J]. 统计与决策,2012(17):220-223.
- [10] 樊超,郭亚菲,曹培格,等. 基于灰色-马尔科夫模型的粮食产量预测[J]. 江苏农业科学,2018,46(9):346-349.
- [11] 郑建安. 主成分和 BP 神经网络在粮食产量预测中的组合应用[J]. 计算机系统应用 2016,25(11):274-278.
- [12] 杨克磊,张振宇,和美. 应用灰色 GM(1.1)模型的粮食产量预测研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学版),2015,29(4):124-127.
- [13] 林芳. 灰色神经网络在粮食产量预测中的应用[J]. 计算机仿真,2012,29(4):225-228;267.
- [14] 杨杰,龚文国. 基于改进无偏灰色模型的燃气供气量的预测[J]. 清华大学学报(自然科学版),2014,54(2):145-148.
- [15] 樊新海,苗卿敏,王华民. 灰色预测 GM(1.1)模型及其改进与应用[J]. 装甲兵工程学院学报,2003,17(2):232-234.
- [16] 汪琳. 基于灰色系统理论的湖南省经济产业结构研究[D]. 长沙:中南大学,2013.

(责任编辑:周泉)