DOI:10.19431/j. cnki. 1673-0062.2018.05.009

基于 M-C 等面积圆屈服准则的岩土混合边坡稳定分析

何 根1,游春华1*,夏 宇1,陈婉若1,2

(1.湖南工学院 建筑工程与艺术设计学院,湖南 衡阳 421002;2.广州大学 土木工程学院,广东 广州 510006)

摘 要:针对有限元软件基于外角外接圆 D-P 准则计算边坡稳定安全系数偏大的问题,采用 M-C 等面积圆屈服准则进行改进,推导了二者计算安全系数的关系.基于 M-C 等面积圆屈服准则计算岩土混合边坡,计算前对输入的土质和岩质的黏聚力及内摩擦角进行转换,结果表明,计算安全系数与 Morgenstern-Price 法得到的结果较为接近,并且塑性区与滑动面形状近似,表明了 M-C 等面积圆屈服准则在分析岩土混合边坡稳定问题是可行的.分析发现,岩土混合边坡安全系数随土质黏聚力和内摩擦角正切值的减少而减少,并且塑性区形状保持不变.
关键词:D-P 准则;强度折减法;岩土混合边坡;安全系数
中图分类号:TU457 文献标志码:B 文章编号:1673-0062(2018)05-0050-05

The Stability Analysis of Rock-soil Slope Based on the Mohr-Coulomb Equivalent Area Circle Yield Criterion

HE Gen¹, YOU Chunhua^{1*}, XIA Yu¹, CHEN Wanruo^{1,2}

(1.School of Architectural Engineering and Artistic Design, Hunan Institute of Technology, Hengyang, Hunan 421002, China; 2.School of Civil Engineering, Guangzhou University, Guangzhou, Guangdong 510006, China)

Abstract: In view of the larger safety factor when calculating the slope stability in the finite element software with circumscribed Drucker-Prager criterion, it can be improved by Mohr-Coulomb equivalent area circle yield criterion, the relationship of safety factors obtained by two yield criteria is reduced. Based on the equal area circle yield criterion, the cohesion and internal friction angle of soil and rock were switched before calculating for rock-soil slope. The results show that safety factors are close to that calculated by Morgenstern-Price method, considering the similarity between the plastic zone and sliding surface, the feasibility in

收稿日期:2018-03-27

基金项目:湖南省教育厅一般项目(15C0364;15C0367);湖南工学院科研项目(HY15015);湖南工学院博士科研启动 项目(HQ14009)

作者简介:何 根(1988-),男,讲师,硕士,主要从事岩土工程研究.E-mail:498047956@qq.com.*通信作者:游春华 (1977-),男,副教授,博士,主要从事结构健康检测方向的研究.E-mail:68834267@qq.com

the stability analysis of rock-soil slope based on Mohr-Coulomb equivalent area circle yield criterion is proved. The analysis show that the safety factor of rock-soil slope reduces when cohesion and tangent value of internal friction angle of soil reduces, while the shape of plastic zone would remain unchanged.

key words: Drucker-Prager yield criterion; strength reduction method; rock-soil slope; safety factor

(1)

0 引 言

边坡稳定问题一直是岩土边坡研究的重要课题,目前计算岩土边坡稳定安全系数常用方法有极限平衡法和有限元强度折减法.岩土边坡分析常采用理想弹塑性模型,Mohr-Coulomb(M-C)屈服准则能较好地描述岩土材料的强度特征,极限平衡法采用M-C准则,该准则在π平面上的形状为不等角六边形,存在尖顶和菱角而不利于数值计算^[1],边坡分析软件Geo-studio采用该准则. Drucker-Prager(D-P)屈服准则作为M-C准则的修正模型在ANSYS等有限元软件中得到广泛应用.D-P 准则在π平面上为圆形,其表达式为

其中,

$$I_{1} = \sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3},$$
$$J_{2} = \frac{1}{6} [(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2}]$$

 $f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0$

 $(\sigma_2 - \sigma_3)^2$],

 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 为三个主应力; α, k 为与岩土材料内摩 擦角 φ 和黏聚力 c有关的常数.

不同的 D-P 准则 α、k 的表达式不同,当材料 处于受压状态的 M-C 准则下屈服,可得外角外接 圆 D-P(DP1)准则的参数

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{2\sin\varphi_1}{3\sqrt{3} - \sqrt{3}\sin\varphi_1}, \\ k_1 = \frac{6c_1\cos\varphi_1}{3\sqrt{3} - \sqrt{3}\sin\varphi_1} \end{cases}$$
(2)

其中, c_1, φ_1 分别为屈服时的黏聚力和内摩擦角.

由于 DP1 准则的屈服面将 M-C 准则屈服面 完全包含,使屈服强度提高,计算安全系数偏大. M-C 准则在有限元计算上又存在困难,需对屈服 准则进行改进.其中,徐干成、郑颖人^[2]提出与 M-C 准则在 π 平面上的等面积圆 D-P 屈服条件,依 据面积相等的关系,得到 M-C 等面积圆屈服 (DP2)准则(图1),此时参数

$$\alpha_2 = \frac{2\sqrt{3}\sin\varphi_2}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi_2)}}$$

$$k_{2} = \frac{6\sqrt{3}c_{2}\cos\varphi_{2}}{\sqrt{2\sqrt{3}}\pi(9 - \sin^{2}\varphi_{2})}$$
(3)
其中, c_{2}, φ_{2} 为屈服时的黏聚力和内摩擦角.





国内对基于 D-P 准则的土质和岩质边坡稳定 性分析做了较多的探索^[3-5],而基于 D-P 准则的岩 土混合边坡稳定分析的研究较少,工程中岩土混合 边坡又较为常见,因此,对岩土混合边坡的稳定性 分析具有重要意义.推导两个 D-P 准则计算安全系 数的关系,并在有限元软件中实现 DP2 准则,进而 采用 DP2 准则计算岩土边坡,最后分析土质和岩 质的抗剪强度参数与安全系数的关系.

1 安全系数的关系

设 c_0, φ_0 为初始抗剪强度参数, DP1和 DP2 准则条件下的强度折减系数分别为 ω_1 和 ω_2 .由强 度折减法的概念^[6-7], 屈服时的强度折减系数即为 边坡的安全系数, 于是

$$\begin{cases} \frac{c_0}{c_1} = \frac{\tan \varphi_0}{\tan \varphi_1} = \omega_1, \\ \frac{c_0}{c_2} = \frac{\tan \varphi_0}{\tan \varphi_2} = \omega_2 \end{cases}$$
(4)

同一边坡失稳时,屈服面唯一,屈服的表达式 一致, $\alpha_1 = \alpha_2$ (或 $k_1 = k_2$),联立式(2)、(3)、(4),可 得采用两个 D-P 准则的计算的安全系数的关系

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{(3 - \sin \varphi_1)^2}{2\sqrt{3}\pi \cos^2 \varphi_1}} \omega_1^2 - \frac{8}{9} \tan^2 \varphi_0 \qquad (5)$$

DP2 准则在有限元软件中的实现 2

为了在有限元软件中实现 DP2 准则,建立两 个 D-P 屈服准则之间的抗剪强度参数(黏聚力 c 和内摩擦角 φ)的关系,按照转换关系在输入参数 时进行转换,这样就省去软件二次开发过程.由 $\alpha_1 = \alpha_2$ (或 $k_1 = k_2$),联立式(4)、式(5)可得

$$\frac{2\sin\varphi_1}{3\sqrt{3} - \sqrt{3}\sin\varphi_1} = \frac{2\sqrt{3}\sin\varphi_2}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9 - \sin^2\varphi_2)}} \quad (6)$$

由此可得



通过计算 φ_1, c_1 值,此时 φ_1, c_1 采用 DP1 准 则计算与用 $\varphi_{2,c_{2}}$ 采用 DP2 准则计算是等效的, 这样在有限元软件中,在 DP1 准则用 φ_1, c_1 便实 现了 DP2 准则(计算参数为 φ_{2}, c_{2})的有限元 计算.

实例分析 3

以某水库周边的岩土混合边坡为例,剖面图 见图2.其中土质为粉质粘土、碎石、腐植土,岩质 为石英砂岩、板岩、砂岩,本文采用二维平面应变 分析,假定土质和岩质材料均匀,各初始参数见表 1.使用有限元软件 ANSYS.采用平面八节点 Plane82 单元,四边形或三角形网格,划分的网格 如图3,左右两侧水平约束,下部X、Y方向约束, 使用强度折减法分别采用 DP1 准则和 DP2 准则 进行计算.在使用 DP2 准则时,利用式(7) 对输入 的土质和岩质的抗剪强度参数进行转换,见表2.



表1 岩土混合边坡初始参数

Table 1	Initial	parameters	of	rock-soil	slope
---------	---------	------------	----	-----------	-------

	弹性模量	近ねい	重度	黏聚力	内摩擦角
	/GPa		$/(kN \cdot m^{-3})$	∕kPa	/(°)
土质	0.01	0.3	20	20	15
岩质	20	0.2	25	4 000	40

岩土混合边坡失稳以塑性区贯通为主要判别 依据,以计算结果不收敛为辅助判别依据.由图 4 可知,由于土体的抗剪强度参数相对较低,边坡稳 定性主要受粘性土抗剪强度的影响,从岩质和土 质交界的底部沿着交界面往上延伸产生贯通的塑 性区,认为边坡已失稳,即产生了滑动面,此时安

全系数为 1.280.



图 3 平面应变问题单元网格 Fig.3 Elements of plane-strain problem

表 2 在 ANSYS 中输入数据 Table 2 Input data in ANSYS

	DP1 准则 输入 c/kPa	DP1 准则 输入 φ/(°)	强度折减 系数	DP2 准则 输入 c/kPa	DP2 准则 输入 φ/(°)
土质	20	15	1.000	16.75	12.65
岩质	4 000	40	1.000	2 744.31	29.93
土质	15.63	11.82	1 200	13.33	10.13
岩质	3 125	33.25	1.280	2 295.02	25.71
土质	13.33	10.13	1 500		
岩质	2 666.20	29.22	1.500		



图 4 等面积圆屈服准则下的塑性应变图(ω₂ = 1.280)
Fig.4 The plastic strain zone based on Mohr-Coulomb equivalent area circle yield criterion(ω₂ = 1.280)

极限平衡法使用 Geo-studio 中的 Slope-w 模块进行分析,采用 M-C 准则的 Morgenstern-Price

(M-P)法进行计算.M-P 法因满足力矩和力的平衡,且考虑了多种形式的条间力函数,滑动面可以是任意形状,可以满足岩土混合边坡的计算需要. M-P 法计算产生的滑动面形状图如图 5,此时安全系数为 1.198.DP2 准则计算贯通塑性区和 M-P 法计算滑动面的形状相似,近似为斜面,滑坡体主要为土质,二者计算安全系数相对误差仅为 6.84%,各方法计算出的结果见表 3.



表 3 各种计算方法的安全系数结果

Table 3 Safety factors obtained by different methods

计算方法	安全系数
外角外接圆 DP1 准则	1.500
M-C 等面积圆屈服准则	1.280
M-P 法	1.198

由于边坡失稳是由土质滑动引起,可以将 ω_1 = 1.500, φ_1 = 10.13°, φ_0 = 15°代入式(5),得到换 算结果为 1.279,这与 DP2 准则下的有限元计算 值的相对误差仅为 0.08%.

岩土中的含水量等因素会使土质和岩质的抗 剪强度参数等数值降低,可以研究单个参数降低 时对边坡稳定性的影响.采用 M-C 等面积圆屈服 准则,在保证其他参数不变的条件下,改变土质和 岩质中的黏聚力 c、内摩擦角 φ 的四个参数中之 一,获得该参数与整个岩土混合边坡的安全系数 的关系.改变土质的黏聚力 c,得到其与安全系数 的关系见表 4 和图 6.改变土质的内摩擦角 φ,得 到其与安全系数的关系见表 5 和图 7.





图 6 土质黏聚力与边坡安全系数的关系

Fig.6 The curve of relationship between cohesion intercept of soil and safety factor of slope

表 5 土质内摩擦角 φ 对边坡安全系数 ω 的影响 Table 5 Effect of internal friction angle of soil on safety factor of slope



and safety factor of slope

边坡安全系数都随土质黏聚力和内摩擦角正 切值的减少而减少,都近似呈线性关系,主要原因 在于边坡的抗剪强度 τ_f 与c、tan φ 正相关.通过查 看贯通塑性区发现,边坡的贯通塑性区的形状基 本保持不变,即边坡滑动面上产生的剪应力 τ 不变,故安全系数也跟c、tan φ 正相关.

改变岩质的黏聚力,从2000 kPa 变化到 50 kPa过程中,发现整个边坡的安全系数几乎不 变.改变岩质的内摩擦角,从30°变化到0°过程 中,边坡的安全系数也几乎保持不变.主要原因在 于岩质的抗剪强度在有限程度的降低时,其强度 仍然大于土质,滑移面不通过岩质,滑坡体为土 质,边坡的稳定性主要受土质的强度参数的影响.

4 结 论

1)有限元软件 ANSYS 基于 DP1 准则计算的 安全系数偏大,采用 DP2 准则进行改进,利用屈服 表达式一致的关系,推导两个准则抗剪强度参数之 间的关系,计算前对输入的材料的抗剪强度参数进 行转换,计算结果与 M-P 法计算结果较为接近.

2)依据安全系数转换公式,使用有限元强度 折减法在岩土混合边坡稳定分析中采用 DP1 准 则得到的安全系数按照安全系数的换算结果与 DP2 准则计算结果较为吻合.

3)岩土混合边坡安全系数随土质黏聚力和 内摩擦角正切值的减少而减少,并且塑性贯通区 形状保持不变.而岩质的黏聚力和内摩擦角的有 限程度的降低时,边坡的安全系数基本不变.

参考文献:

- [1] 邓楚键,何国杰,郑颖人.基于 M-C 准则的 D-P 系列 准则在岩土工程中的应用研究[J].岩土工程学报, 2006,28(6):735-739.
- [2] 徐干成,郑颖人.岩石工程中屈服准则应用的研究 [J].岩土工程学报,1990,12(2):93-99.
- [3] 江卫华,熊峰,刘乳燕,等.强度折减法在三维有限元 边坡稳定分析中的应用[J].水电能源科学,2018,36
 (3):145-149.
- [4] 刘金,李勤昌,马秀媛.有限元强度折减法在边坡稳定 分析中的应用[J].山东大学学报(工学版),2016,46
 (4):83-88.
- [5] 陈鹏,徐博侯.基于φ取值区间的 D-P 系列准则与 M-C 准则匹配方法[J].力学季刊,2012,33(2):269-274.
- [6] ZIENKIEWICS O C, HUMPHESON C, LEWIS R W.Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics [J]. Geotechnique, 1975, 25(4):671-689.
- [7] DAWSON E M, ROTH W H, DRESCHER A. Slope stability analysis by strength reduction [J]. Geotechnique, 1999,49(6):835-840.

(责任编辑:扶文静)