

文章编号:1673-0062(2018)01-0053-05

悬臂输流管道在端部随从力作用下的稳定性

陶立佳,郭长青*,童立明

(南华大学 土木工程学院,湖南 衡阳 421001)

摘要:对在端部随从力和流体流动共同作用下的输流管道,以欧拉伯努利梁为基础建立管道的运动微分方程,并以梁的振型函数为试函数,采用伽辽金对方程进行离散.通过对特征值分析,研究了不同参数对悬臂输流管道振动与稳定性的影响以及无量纲复频率与系统失稳临界流速的关系.结果表明:端部随从力的变化对系统失稳临界流速有很大的影响;系统的失稳方式和临界流速的大小有关;系统的失稳方式主要以发散失稳和单模态颤振失稳为主.

关键词:端部随从力;悬臂输流管道;稳定性;临界流速;发散失稳;颤振失稳

中图分类号:TV134 **文献标志码:**A

Stability of Cantilever Pipes Conveying Fluid with End Follower Force

TAO Li-jia, GUO Chang-qing*, TONG Li-ming

(School of Civil Engineering, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

Abstract: Based on Euler-Bernoulli beam model, the dynamic differential equation for fluid-conveying pipes under co-action of end follower force and flowing fluid is established, which is then discretized with Galerkin method by choosing the beam modal functions as trial functions. Influences of different parameters to the vibration and stability of cantilever pipes conveying fluid and the relationship between dimensionless complex frequency and the critical flow velocity are studied by analyzing eigenvalues. Results show that the variation of the end follower force has great influence on the critical flow velocity. The types of instability of the system are related to the magnitude of the critical flow velocity. Divergence and single-model flutter are two prevailing types of instability of the system.

key words: end follower force; cantilever pipes conveying fluid; stability; critical flow velocity; divergence; flutter

收稿日期:2018-01-15

作者简介:陶立佳(1993-)男,硕士研究生,主要从事流固耦合力学方面的研究.E-mail:364019899@qq.com.* 通信作者:郭长青,E-mail:GuoCQ@hotmail.com

0 引言

输流管道是含参数动力系统的经典问题之一,在水利、航空航天和石油运输等实际工程领域中有广泛的应用.在含参数系统的振动和稳定性^[1]中,轴向压杆问题为保守系统,普夫吕格尔柱问题(杆件受分布随从力作用的稳定性问题)为伪保守系统,杆件受端部随从力作用的稳定性问题为循环系统,输流管道则是陀螺系统的经典问题.这几种含参数系统在振动和稳定性方面,各自表现出多种不同的特性^[2-3],当几种参数耦合作用时,其特性将更为丰富.在输流管道系统与其他几种系统的耦合情形中,轴向荷载作用下的输流管道是陀螺保守系统,受分布随从力作用的输流管道是陀螺伪保守系统,而端部随从力作用下的输流管道则是受循环力作用下的陀螺非保守系统.樊丽俭^[4]等研究了简支输流管道受轴向荷载作用的稳定性,发现轴向荷载对输流管道有显著影响.娄敏^[5]等研究了轴向力的方向对海底输流管道的影响.陈永红^[6]等研究了轴向力对两端自由的梁的振动特性.李宝辉^[7]等研究了输流管道内含有非均匀轴向流时的振动和稳定性.对于输流管道受分布随从力作用的研究也有很多^[8-10].

本文研究了悬臂输流管道在管道内流体和端部随从力共同作用下的振动和稳定性,同时考虑并分析了各种参数对输流管道稳定性的影响.

1 运动方程

1.1 模型及运动方程建立

端部受随从力作用的管道模型如图1所示,管道内为不可压恒定流速流体,在运动过程中,端部随从力的方向总是与管道端部切线方向一致.

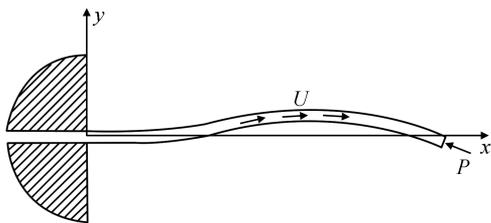


图1 端部随从力作用下管道模型示意图
Fig.1 Schematic diagram of pipe model under end follower force

管道采用欧拉伯努利梁模型,位置 x 处任意时刻 t 的挠度记为 $w(x, t)$. 其运动微分方程^[3]为:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + MU^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2MU \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (M + m) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中: w 为管道横向位移; EI 为管道抗弯刚度; P 为沿管道轴线方向的端部随从力; m 为管道单位长度质量; M 为单位长度上管内流体的质量; U 为管内流体平均流速.

1.2 运动方程无量纲化

在方程(1)中,引入无量纲量

$$\begin{cases} \eta = \frac{w}{L}, \xi = \frac{x}{L}, \tau = \sqrt{\frac{EI}{M+m}} \frac{t}{L^2}, \\ \beta = \frac{M}{M+m}, \gamma = \frac{PL^2}{EI}, u = \sqrt{\frac{M}{EI}} LU \end{cases} \quad (2)$$

则可得无量纲形式的运动方程

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + (u^2 + \gamma) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2u\sqrt{\beta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} = 0 \quad (3)$$

2 求解运动方程

运用伽辽金法求解方程(3).令

$$\eta(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^N \psi_i(\xi) T_i(\tau) \quad (4)$$

其中 $\psi_i(\xi)$ 为梁的第 i 阶振型函数.

悬臂管道的振型函数为:

$$\psi_i(x) = \cosh \lambda_i x - \cos \lambda_i x - c_i (\sinh \lambda_i x - \sin \lambda_i x) \quad (5)$$

其中 λ_i 满足特征方程:

$$\cos \lambda_i \cosh \lambda_i = -1 \quad (6)$$

系数 c_i 由下式给出:

$$c_i = \frac{\cosh \lambda_i + \cos \lambda_i}{\sinh \lambda_i + \sin \lambda_i} = \frac{\sinh \lambda_i - \sin \lambda_i}{\cosh \lambda_i + \cos \lambda_i} \quad (7)$$

边界条件:

$$w(0) = w'(0) = w''(l) = 0$$

$$EIw'''(l) + (1 - \alpha)Pw'(l) = 0 \quad (8)$$

对 $\alpha = 0$, P 作用于垂直方向(保守系统); 对 $\alpha = 1$, 载荷 P 切向作用.

将式(4)代入方程(3)并乘以 $\psi_j(\xi)$, 再关于 ξ 在 $[0, 1]$ 区间积分, 并应用振型函数的正交性质, 可得:

$$\lambda_j^4 T_j + (u^2 + \gamma) \sum_{i=1}^N T_i \int_0^1 \psi_i'' \psi_j' d\xi + 2u\sqrt{\beta} T_i' \int_0^1 \psi_i' \psi_j d\xi + T_j'' = 0 \quad (9)$$

为便于求解, 令

$$z = [z_1 \quad \cdots \quad z_N \quad z_{N+1} \quad \cdots \quad z_{2N}]^T = [T_1 \quad \cdots \quad T_N \quad T_1' \quad \cdots \quad T_N']^T \quad (10)$$

将管道的二阶线性运动微分方程组(9),离散化后化成一阶方程:

$$z' = Az \quad (11)$$

其中系数矩阵 A 中的非零元素为:

$$\begin{aligned} a_{j,N+j} &= 1, \\ a_{N+j,i} &= -\delta_{ij}\lambda_i^4 - (u^2 + \gamma) \int_0^1 \psi_i'' \psi_j d\xi \\ a_{N+j,N+i} &= -2u\sqrt{\beta} \int_0^1 \psi_i' \psi_j d\xi, \\ (i &= 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (12)$$

3 计算结果与分析

可以通过采用不同大小的流速 u 、端部随从力 γ 、和质量比 β ,继而求出矩阵 A 的特征值 K , K 乘以 $-i$ 从而可以求出系统模态的复频率 Ω :

$$\Omega = -iK = \omega - \alpha i \equiv \Omega_R + i\Omega_I \quad (13)$$

由于 A 为实矩阵,其特征值为一对共轭复数或实数,且这对特征值都对应着系统的一个振动模态.系统相应的模态复频率是一对虚部相同、实数相反(只取一个正值表示频率)或虚部不同、实部为零的复频率.

本文计算中,式(4)中的截取项数取 $N=10$.

3.1 端部随从力和质量比与临界流速的变化关系

图 2 给出了不同端部随从力 γ 作用下无量纲临界流速 u 与质量比 β 的关系.在没有端部随从力作用时($\gamma=0$)的计算结果与文献[3,8]得到的结果完全一致.曲线的变化形态表明:随着流速的增大,系统的状态经历了稳定、颤振失稳到再稳定、再次颤振失稳的变化过程.

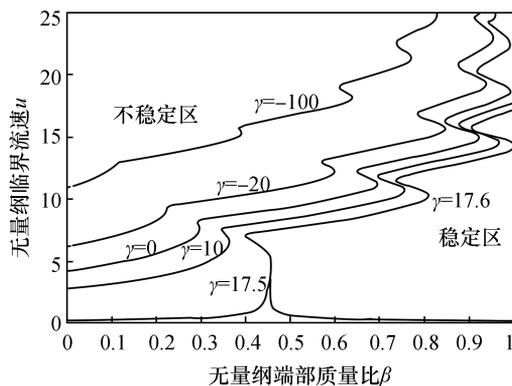


图 2 悬臂输流管道无量纲临界流速随质量比的变化
Fig.2 Dimensionless critical flow velocity vs dimensionless mass ratio

从图 2 可以看出:系统的临界流速大体上随质量比的增大而增大,随端部随从力的增大而减小.在 $\gamma=10$ 的曲线上,当流速为 $u < 2.74$ 时,系统可以稳定;而在 $\gamma=17.6$ 曲线上,流速为零时系统就已经发生失稳,但当 $\beta > 0.40$ 时,系统可在达到一定流速后获得再稳定.

图 3 表示的是通过改变质量比的大小而得到的临界流速随端部随从力的变化关系曲线.系统在 $\gamma < 17.56$ 时有一个低速稳定区;当 $\gamma = 17.56$ 时,临界流速为零,即系统在端部随从力单独作用下即达到失稳临界点;而当 $\gamma > 17.56$ 时,虽然此时流速为零系统就已经发生失稳,但当 $\beta = 0.4$ 时,随着流速的增大系统可以再次获得稳定状态.这与输流管道在分布随从力作用下^[8]的情况相仿.随着端部随从力的增大,系统失稳时的临界流速减小.端部随从力的方向对临界流速有很大的影响:当端部随从力与流体相同方向($\gamma < 0$)时,此时端部随从力为拉力,系统获得稳定状态时的临界流速增大;与流速方向相反的端部随从力($\gamma > 0$)使临界流速减小.

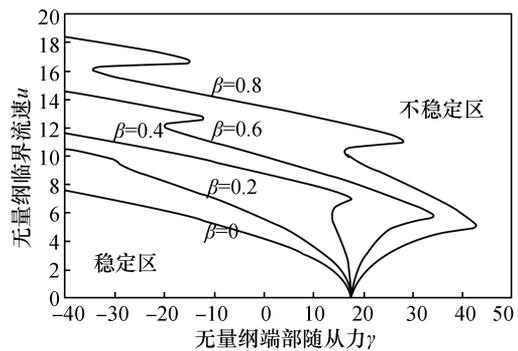


图 3 悬臂输流管道无量纲临界流速随端部随从力的变化
Fig.3 Dimensionless critical flow velocity vs dimensionless end follower force

结合图 2 和图 3 可以看出:质量比越大、端部随从力越小或端部随从力为拉力时,即流体流动方向与端部随从力相反,系统更容易获得稳定状态;而流体流动方向与端部随从力相同时,系统更易失稳.

3.2 无量纲复频率随临界流速的变化

图 4 代表的是端部随从力 γ 、质量比 β 均较小时的情况.当流速为 $5.64 < u < 8.01$ 时,系统一阶模态的实部为零,虚部的两个分支均大于零,因此一阶模态为稳定状态;当流速为 $u < 3.68$ 时,一、二、三阶模态的实部、虚部均大于零,因此系统各阶模态的状态均为动态稳定状态.当流速达到 $u =$

3.68 时,二阶模态的实部大于零,虚部由正变负,此时系统发生二阶单模态颤振失稳.三阶模态的实部、虚部均大于零,因此三阶模态为稳定状态.

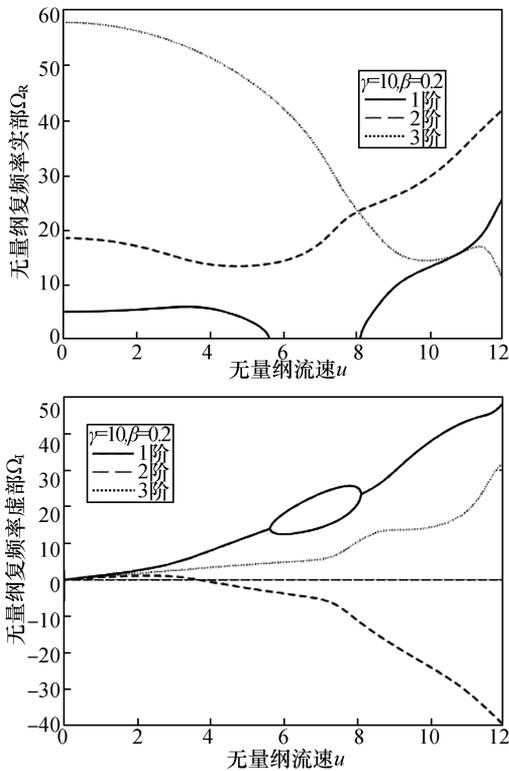


图4 悬臂输流管道无量纲复频率的实部、虚部随无量纲流速的变化

Fig.4 Dimensionless complex frequencies vs dimensionless flow velocity

图5代表的是端部随从力 γ 较小、质量比 β 较大时的情况.一阶模态虚部均大于零,故一阶模态为稳定状态;当流速为 $u < 2.76$ 时,二阶模态发生微弱的颤振,而当流速达到 $u = 2.76$ 时,二阶模态的实部大于零,虚部由负变正,此时二阶模态的状态由微弱的颤振变为动态稳定状态;二阶模态仅发生微弱的颤振,若考虑阻尼的因素,则系统不至于失稳;仅在流速为 $2.76 < u < 7.87$ 时,系统各阶模态均为稳定状态;当流速为 $u = 7.87$ 时,系统的三阶模态的虚部由正变为负,而三阶模态的实部不为零,此时系统发生三阶单模态颤振失稳.

图6代表的是端部随从力 γ 较大、质量比 β 较小时的情况.当一阶模态的实部为零时,虚部的两个分支大于零,二阶模态的实部、虚部均大于零,因此系统的一、二阶模态都为稳定状态;系统的三阶模态实部大于零,虚部小于零,因此三阶模态在流速为零时即已失稳,系统的失稳方式为发散失稳.

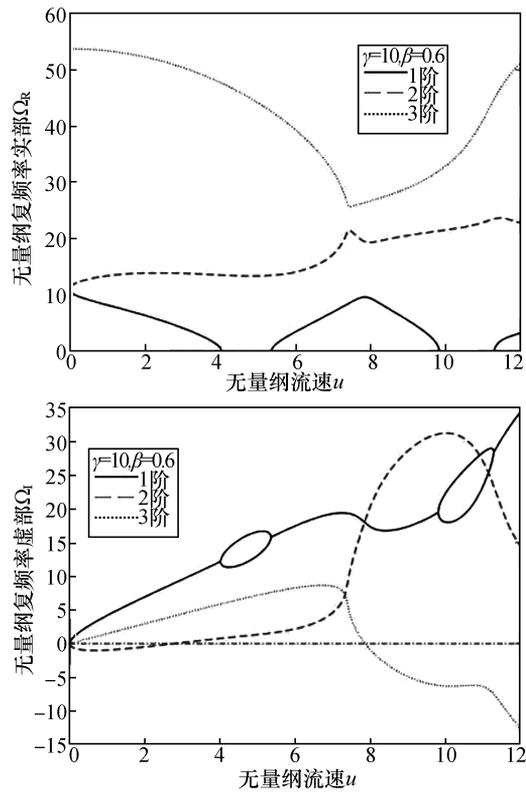


图5 悬臂输流管道无量纲复频率的实部、虚部随无量纲流速的变化

Fig.5 Dimensionless complex frequencies vs dimensionless flow velocity

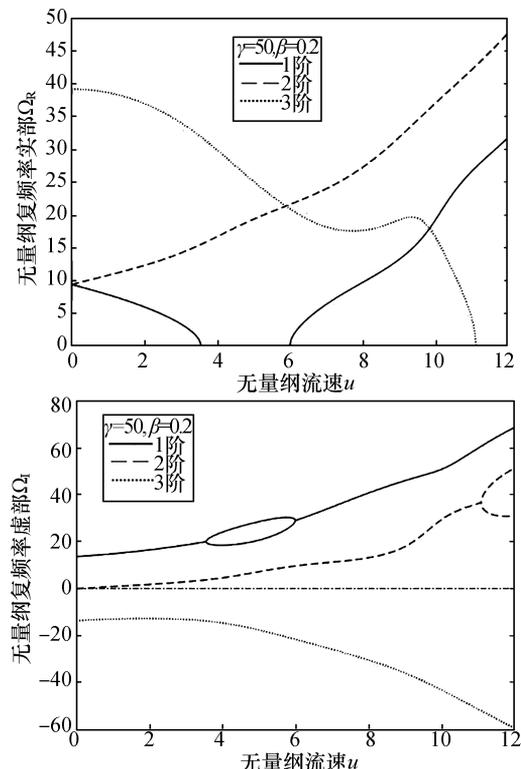


图6 悬臂输流管道无量纲复频率的实部、虚部随无量纲流速的变化

Fig.6 Dimensionless complex frequencies vs dimensionless flow velocity

图7代表的是端部随从力 γ 和质量比 β 均较大时的情况。一阶模态的实部实部大于零,虚部小于零,因此在流速为零时一阶模态即已发生失稳;当二、三阶模态的实部为零时,二、三阶模态虚部的两个分支都大于零,因此二、三阶模态为稳定状态。

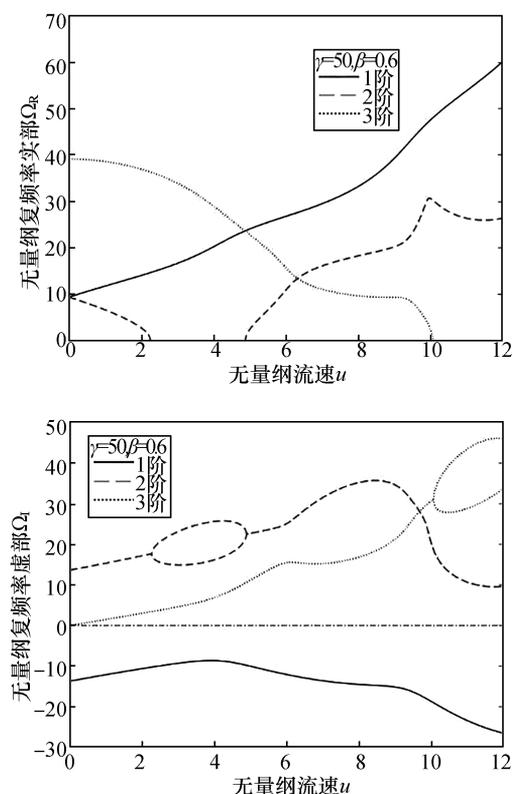


图7 悬臂输流管道无量纲复频率的实部、虚部随无量纲流速的变化

Fig.7 Dimensionless complex frequencies vs dimensionless flow velocity

从图4~图7中可以看出:在图5中(端部随从力较小、质量比较大的情况),系统可短暂达到各阶模态均为稳定状态,这与3.1节所得结论相符合。当一、二阶模态的虚部曲线有相交情况出现,实部曲线则会出现先相互靠拢,然后分开,并没有出现曲线耦合的情况;而当一、二阶模态曲线的虚部曲线基本平行时,实部曲线也基本为平行状态。

在对上述几种参数进行不同组合进行研究分析和计算后,可以发现:系统一阶模态失稳的主要方式为发散失稳,且仅在端部随从力和质量比均较大情况下发生失稳;系统的二阶模态的失稳方式主要以单模态颤振失稳为主;三阶模态的失稳方式为发散失稳和颤振失稳,在端部随从力和

质量比均较小与较大地情况时,不会发生失稳。综上所述系统的失稳方式主要为发散失稳和单阶模态的颤振失稳。

4 结论

1)端部随从力的大小和方向对临界流速有很大的影响:随着端部随从力增大,系统失稳时的临界流速降低;与流体方向一致的端部随从力($\gamma < 0$),则会使系统失稳时的临界流速增大。

2)悬臂输流管道的失稳方式与临界流速 u 的大小有关:当临界流速较小时,系统的失稳方式主要为单模态颤振失稳;当临界流速较大时,系统的失稳方式为发散失稳。

3)悬臂输流管道的失稳方式主要为发散失稳和单模态颤振失稳,且发散失稳主要发生在系统的一、三阶模态,而颤振失稳主要发生在系统的二阶模态。系统的仅在端部随从力较小的情况下出现过短暂的稳定状态。

参考文献:

- [1] 侯赛因.多参数系统的振动和稳定性[M].张文,译.上海:上海科学技术文献出版社,1985.
- [2] LEIPHOLZ H. Stability theory [M]. New York and London: Academic Press, Inc, 1970.
- [3] PAIDOUSSIS M P. Fluid-Structure interactions: slender structures and axial flow [C]. London: Academic Press, 1998: 111-117.
- [4] 樊丽俭,张瑞平.轴向荷载输流管道的稳定性分析[J].西北大学学报(自然科学版),2004,34(4):158-162.
- [5] 姜敏,郭海燕,杨新华,等.海底输流管道内流、轴向力和压强对允许悬空长度的影响[J].中国海洋大学学报,2006,36(2):341-344.
- [6] 陈永红,陈海波.轴压作用下自由-自由运动梁振动特性研究[J].工程力学,2015,35(3):233-240.
- [7] 李宝辉,高行山,刘永寿.含有非均匀轴向流的输流管道自由振动分析[J].机械科学与技术,2012,31(4):47-51.
- [8] 郭长青,刘红涛,王晓锋,等.输流管道在分布随从力作用下的振动和稳定性[J].工程力学,2010,27(4):190-196.
- [9] 郭长青.输流管道与轴向流中板状结构的流致振动与稳定性[D].北京:清华大学,2010.
- [10] 许峰,郭长青,黄建红.弹性支承输流管道在分布随从力作用下的稳定性[J].工程力学,2014,31(7):234-238;256.

(责任编辑:扶文静)