

文章编号:1673-0062(2017)04-0090-05

混联可维修系统的可靠性分析与计算

张 娜,刘亚春*

(南华大学 数理学院,湖南 衡阳 421001)

摘 要:不可维修的系统可以通过其结构函数由零部件的可靠性直接算出系统的可靠性,可维修系统的可靠性计算则非常复杂,没有一般规律.以最简单的混联可维修系统为例,在假定部件相互独立、工作时间和维修时间均服从指数分布等条件下,建立了可靠性数学模型,推导出了系统的瞬时可用度、稳态可用度、稳态故障频率、平均开工时间、平均停工时间、平均周期和平均失效前时间等可靠性参数的计算公式,推广了有关结论.

关键词:混联系统;失效率;维修率;瞬时可用度;稳态可用度

中图分类号:O212

文献标志码:A

Reliability Analysis and Calculation of Compound Repaired System

ZHANG Na, LIU Ya-chun*

(School of Mathematics and Physics, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

Abstract: The reliability of non-repairable system can be calculated directly from its structure function by the component's reliability, but the repairable system's reliability calculation is very difficult because there is no general pattern. Take the simplest compound repairable system as an example, on the assumption that components are independent for each other, work time and repair time both obey exponential distribution and other basic conditions, the reliability mathematical model is established, the reliability parameters, such as instantaneous availability, stable availability, stable fault frequency, mean time between failures, mean down time, mean period and mean time to failures etc all are derived, which generalized some relevant conclusions.

key words: compound system; failure rate; maintenance rate; instantaneous availability; stable availability

收稿日期:2017-09-12

基金项目:南华大学博士启动基金资助项目(2016XQD04);南华大学研究生科研创新项目(2016XCX07)

作者简介:张 娜(1990-),女,硕士研究生,主要从事系统可靠性等方向的研究.E-mail:1585457686@qq.com. * 通讯作者:刘亚春,E-mail:369132950@qq.com.

0 引言

液压传动系统、供暖系统和污水处理系统等都是混联可维修系统,这些系统与人们的日常生活息息相关,为了防止事故的发生、确保人们的生命和财产安全、提高经济效益,必须对部分部件进行冗余备份、对失效的部件进行检修,以提高系统运行的可靠性.文献[1-2]在假设部件的工作时间和维修时间服从指数分布的前提下,得出了失效率为 λ 、维修率为 μ 的单部件可维修系统在 t 时刻的可用度

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}$$

稳态可用度

$$A(\infty) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu}} \quad (1)$$

如果 n 个不同部件之间相互独立,并且工作时间和维修时间均服从指数分布,失效率 and 维修率分别为 λ_i 和 μ_i ($i = 1, 2, \dots, n$),则这 n 个不同部件构成的串联可维修系统的稳态可用度

$$A(\infty) = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}} \quad (2)$$

显然, n 个不同部件构成的串联可维修系统的稳态可用度不等于将各部件看作单部件子系统的稳态可用度的乘积,即

$$\frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}} \neq \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1}} \times \frac{1}{1 + \frac{\lambda_2}{\mu_2}} \times \dots \times \frac{1}{1 + \frac{\lambda_n}{\mu_n}} \quad (3)$$

多个部件构成的并联可维修系统的稳态可用度的计算非常复杂,目前尚未发现一般的计算方法^[3-9].文献[1-2,10]仅给出了失效率都是 λ 、维修率都是 μ 的 n 个相同部件构成的并联可维修系统的稳态可用度的计算公式:

$$A(\infty) = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{(n-i)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i}{\sum_{i=0}^n \frac{1}{(n-i)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i} \quad (4)$$

当 $n=2$ 时,两个相同部件构成的并联可维修系统的稳态可用度

$$A(\infty) = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2} \neq \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} =$$

$$2\left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right) - \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right)^2 \quad (5)$$

即:两个相同部件构成的并联可维修系统的稳态可用度不等于这两个部件作为单部件子系统的稳态可用度之和与其乘积之差.

式(2)~式(5)说明:尽管可以轻易写出由 n 个不同部件构成的混联系统的结构函数^[10],但是却不能像对待不可维修系统那样,通过写出系统的结构函数,由部件的可靠性直接得到系统的可靠性.

例如,图1是部件数最少的混联系统,其结构函数 $f(x_1, x_2, x_3) = (\cup_{i=1}^2 x_i) \cap x_3 = [1 - (1-x_1)(1-x_2)]x_3$,其中 $x_i=0$ 表示部件 i 失效, $x_i=1$ 表示部件 i 正常.如果图1是不可维修的,则其可靠度 $R=f(R_1, R_2, R_3)$,其中 R_i 表示部件 i 的可靠度;如果图1是可维修的,则系统可用度 $A \neq f(A_1, A_2, A_3)$,其中 A_i 表示部件 i 的可用度, $i=1, 2, 3$.下面以图1为例,希望推导出系统某些可靠性参数的计算公式.

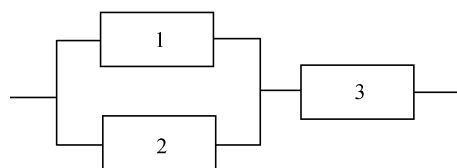


图1 最简单的混联系统

Fig.1 The simplest compound system

1 模型假设

- 1) 在初始时刻,部件1、2、3均是新的;
- 2) 部件1、2、3间的工作相互独立;
- 3) 在同一瞬间,2个部件同时发生故障的概率可以忽略不计;
- 4) 部件 i 的工作时间和维修时间均服从指数分布,维修率为 λ_i ,故障率为 μ_i , $i=1, 2, 3$;
- 5) 在任何时候不能同时维修2个部件;
- 6) 先失效的先维修;
- 7) 部件维修后恢复如新.

2 系统状态分析

根据模型假设,图1所示的系统共有10个不同的状态:

状态 e_0 :部件1、2、3均正常工作,系统正常;

状态 e_1 :部件1正在维修,部件2、3正常,系统正常;

状态 e_2 : 部件 1 正常, 部件 2 正在维修, 部件 3 正常, 系统正常;

状态 e_3 : 部件 1、2 正常, 部件 3 正在维修, 系统失效;

状态 e_4 : 部件 1 等待维修, 部件 2 正常, 部件 3 正在维修, 系统失效;

状态 e_5 : 部件 1 正在维修, 部件 2 正常, 部件 3 等待维修, 系统失效;

状态 e_6 : 部件 1 正常, 部件 2 正在维修, 部件 3 等待维修, 系统失效;

状态 e_7 : 部件 1 正常工作, 部件 2 等待维修, 部件 3 正在维修, 系统失效;

状态 e_8 : 部件 1 正在维修, 部件 2 等待维修, 部件 3 正常, 系统失效;

状态 e_9 : 部件 1 等待维修, 部件 2 正在维修, 部件 3 正常, 系统失效.

系统的状态空间 $E = \{e_0, e_1, \dots, e_9\}$, 其中工作状态 $W = \{e_0, e_1, e_2\}$, 失效状态 $F = \{e_3, e_4, \dots, e_9\}$. 记 $X(t) = e_i$ 表示 t 时刻系统处于第 i 个状态, $p_{ij}(\Delta t) = p(X(t + \Delta t) = e_j | X(t) = e_i)$, $i, j = 0, 1, 2, \dots, 9$; 则 $p_{01}(\Delta t) = \lambda_1 \Delta t + o(\Delta t)$, $p_{02}(\Delta t) = \lambda_2 \Delta t + o(\Delta t)$, $p_{03}(\Delta t) = \lambda_3 \Delta t + o(\Delta t)$, $p_{04}(\Delta t) = 0 + o(\Delta t)$, $\dots$, $p_{09}(\Delta t) = 0 + o(\Delta t)$, 而 $p_{00}(\Delta t) = 1 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \Delta t + o(\Delta t)$.

$$\begin{cases} p_0(t + \Delta t) = p_0(t)p_{00}(\Delta t) + p_1(t)p_{10}(\Delta t) + p_2(t)p_{20}(\Delta t) + \dots + p_9(t)p_{90}(\Delta t) \\ p_1(t + \Delta t) = p_0(t)p_{01}(\Delta t) + p_1(t)p_{11}(\Delta t) + p_2(t)p_{21}(\Delta t) + \dots + p_9(t)p_{91}(\Delta t) \\ \dots\dots\dots \\ p_9(t + \Delta t) = p_0(t)p_{09}(\Delta t) + p_1(t)p_{19}(\Delta t) + p_2(t)p_{29}(\Delta t) + \dots + p_9(t)p_{99}(\Delta t) \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} p_0(t + \Delta t) &= p_0(t) \cdot [1 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)\Delta t] + \\ & p_1(t) \cdot \mu_1 \Delta t + p_2(t) \cdot \mu_2 \Delta t + p_3(t) \cdot \mu_3 \Delta t + o(\Delta t), \\ \frac{p_0(t + \Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} &= -p_0(t) \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \end{aligned}$$

$$p_1(t) \cdot \mu_1 + p_2(t) \cdot \mu_2 + p_3(t) \cdot \mu_3 + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}$$

令 $\Delta t \rightarrow 0$, 得

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -p_0(t) \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) +$$

$$p_1(t) \cdot \mu_1 + p_2(t) \cdot \mu_2 + p_3(t) \cdot \mu_3 \quad (7)$$

由(6)式, 同理可得

$$\begin{aligned} \frac{dp_1(t)}{dt} &= \lambda_1 p_0(t) - (\mu_1 + \lambda_2 + \lambda_3)p_1(t) + \\ & \mu_3 p_4(t) + \mu_2 p_9(t) \end{aligned} \quad (8)$$

同理, $p_{10}(\Delta t) = \mu_1 \Delta t + o(\Delta t)$, $p_{12}(\Delta t) = p_{13}(\Delta t) = p_{14}(\Delta t) = o(\Delta t)$, $p_{15}(\Delta t) = \lambda_3 \Delta t + o(\Delta t)$, $p_{16}(\Delta t) = p_{17}(\Delta t) = o(\Delta t)$, $p_{18}(\Delta t) = \lambda_2 \Delta t + o(\Delta t)$, $p_{19}(\Delta t) = \mu_2 \Delta t + o(\Delta t)$, 而 $p_{11}(\Delta t) = 1 - (\mu_1 + \mu_2 + \lambda_2 + \lambda_3) \Delta t + o(\Delta t)$, $\dots$, $p_{90}(\Delta t) = o(\Delta t)$, $p_{91}(\Delta t) = \mu_2 \Delta t + o(\Delta t)$, $p_{92}(\Delta t) = \dots = p_{98} = o(\Delta t)$, 而 $p_{99}(\Delta t) = 1 - \mu_2 \Delta t + o(\Delta t)$. 系统从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻的状态 i 到状态 j 的转移如图 2 所示($i \neq j$).

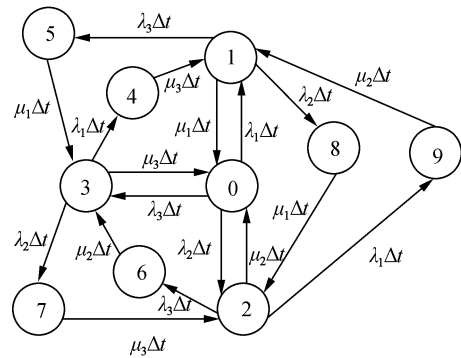


图 2 最简混联可维修系统的状态 i 到状态 j 的转移图

Fig.2 State-transition diagram of i to j of the simplest compound repairable system

记 $p_i(t) = \{X(t) = e_i\}$, $i = 0, 1, 2, \dots, 9$; 则有

$$\begin{aligned} \frac{dp_2(t)}{dt} &= \lambda_2 p_0(t) - (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3)p_2(t) + \\ & \mu_3 p_7(t) + \mu_1 p_8(t) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_3(t)}{dt} &= \lambda_3 p_0(t) - (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2)p_3(t) + \\ & \mu_1 p_5(t) + \mu_2 p_6(t) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{dp_4(t)}{dt} = \lambda_1 p_3(t) - \mu_3 p_4(t) \quad (11)$$

$$\frac{dp_5(t)}{dt} = \lambda_3 p_1(t) - \mu_1 p_5(t) \quad (12)$$

$$\frac{dp_6(t)}{dt} = \lambda_3 p_2(t) - \mu_2 p_6(t) \quad (13)$$

$$\frac{dp_7(t)}{dt} = \lambda_2 p_3(t) - \mu_3 p_7(t) \quad (14)$$

$$\frac{dp_8(t)}{dt} = \lambda_2 p_1(t) - \mu_1 p_8(t) \quad (15)$$

$$\frac{dp_9(t)}{dt} = \lambda_1 p_2(t) - \mu_2 p_9(t) \quad (16)$$

记 $p(t) = (p_0(t), p_1(t), \dots, p_9(t))^t$, 由式 (7)~式 (16) 构成的微分方程组的系数矩阵为 A , 则该微分方程组可简单地表示为

$$\frac{dp(t)}{dt} = A \cdot p(t) \quad (17)$$

初值条件为

$$p(0) = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^t \quad (18)$$

解得

$$p(t) = p(0) \cdot \exp(A \cdot t) \quad (19)$$

其中 $\exp(At)$ 表示矩阵指数^[11].

3 其它稳态可靠性指标的计算

图 2 所示的可维修系统在假定的条件下, 符合 Markov 过程, 状态转移矩阵 $T = (A + I)^t$, 其中 I 为与 A 同阶的单位向量, 系统的初始状态 $X(0) = e_0$ 的向量表示形式为 $E(0) = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$, 经过 n 次转移之后的状态向量 $E(n) = E(0) \cdot T^n$; 随着转移步数 n 的增加, 如果 T^n 趋于稳定, 则各态转移的概率趋于稳定. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} E(n) = P = (p_0, p_1, \dots, p_9)$, 则有 $P \cdot T = P$, 于是

$$P \cdot A^t = 0 \quad (20)$$

其中

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 = 1 \quad (21)$$

为了用 Matlab 软件求解由式 (20) 和式 (21) 组成的方程组, 令 $\lambda_1 = a$, $\lambda_2 = b$, $\lambda_3 = c$, $\mu_1 = l$, $\mu_2 = m$, $\mu_3 = n$, 打开 Matlab 软件, 在其工作界面输入程序:

```
>>syms a,b,c,l,m,n;
```

```
M=[-a-b-c,a,b,c,0,0,0,0,0;1,-1-b-c,0,0,0,c,0,0,b,0;m,0,-m-a-c,0,0,0,c,0,0,a;n,0,0,-n-a-b,a,0,0,b,0;0,n,0,0,-n,0,0,0,0;0,0,0,1,0,-1,0,0,0;0,0,0,m,0,0,-m,0,0;0,0,n,0,0,0,0,-n,0;0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,-1,0;1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];
```

```
N=[0;0;0;0;0;0;0;0;0;1];
```

```
X=inv(M)*N
```

运行后, 将结果中的 a 、 b 、 c 、 l 、 m 、 n 分别用 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、 μ_1 、 μ_2 、 μ_3 替换, 得

$$p_0 = X(1) = \frac{\mu_1 \mu_2 \mu_3 [\mu_1 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 - \mu_1) + \lambda_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 - \mu_1)]}{\dots}$$

$$\begin{aligned} & \{ \mu_1 \mu_2 \mu_3 [\mu_1 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 - \mu_1) + \lambda_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 - \mu_1)] + \\ & \lambda_1 \mu_2 \mu_3 (\mu_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 \mu_1 \mu_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \\ & \lambda_3 \mu_1 \mu_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \} \\ & p_1 = X(2) = \lambda_1 \mu_1 \mu_2 \mu_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \div \{ \mu_1 \mu_2 \mu_3 [\mu_1 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 - \mu_1) + \lambda_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 - \mu_1)] + \\ & \lambda_1 \mu_2 \mu_3 (\mu_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 \mu_1 \mu_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \\ & \lambda_3 \mu_1 \mu_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \} \\ & p_2 = X(3) = \lambda_2 \mu_1 \mu_2 \mu_3 (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \div \{ \mu_1 \mu_2 \mu_3 \times \\ & [\mu_1 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 - \mu_1) + \\ & \lambda_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 - \mu_1)] + \\ & \lambda_1 \mu_2 \mu_3 (\mu_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 \mu_1 \mu_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \\ & \lambda_3 \mu_1 \mu_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \} \\ & \dots \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_9 = X(10) = & \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_3 (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \div \{ \mu_1 \mu_2 \mu_3 [\mu_1 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 - \mu_1) + \lambda_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 - \mu_1)] + \\ & \lambda_1 \mu_2 \mu_3 (\mu_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 \mu_1 \mu_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \\ & \lambda_3 \mu_1 \mu_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \} \end{aligned}$$

主要稳态可靠性指标如下:

1) 稳态可用度

$$A(\infty) = \sum_{e_j \in W} p_j = p_0 + p_1 + p_2 = \frac{\alpha}{\beta} \quad (22)$$

其中

$$\alpha = \mu_1 \mu_2 \mu_3 (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)$$

$$\begin{aligned} \beta = & \mu_1 \mu_2 \mu_3 [\mu_1 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 - \mu_1) + \\ & \lambda_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 - \mu_1)] + \\ & \lambda_1 \mu_2 \mu_3 (\mu_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_2 \mu_1 \mu_3 (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \cdot \\ & (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \lambda_3 \mu_1 \mu_2 (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \end{aligned}$$

2) 稳态故障频率

$$F(\infty) = \sum_{e_i \in W} p_i \sum_{e_j \in F} a_{ij} = p_0 \mu_3 + p_1 (\mu_2 + \mu_3) + p_2 (\mu_1 + \mu_3) \quad (23)$$

3) 平均开工时间 (average starting time):

$$T_{AS} = \frac{A(\infty)}{F(\infty)} \quad (24)$$

4) 平均停工时间 (mean down time):

$$T_{MD} = \frac{1 - A(\infty)}{F(\infty)} \quad (25)$$

5) 平均周期 (mean period):

$$P_M = \frac{1}{F(\infty)} \quad (26)$$

6) 故障前平均时间 (mean time to failure):

$$T_{MF} = p_0 + p_1 + p_2 \quad (27)$$

4 结 论

在部件相互独立、工作时间和维修时间均服从指数分布等基本假设下,针对部件数最少、结构最简的可维修混联系统进行了可靠性分析与计算,得到了系统的瞬时可用度、稳态可用度、稳态故障频率、平均开工时间、平时停工时间和平均周期等可靠性指标的计算公式。通过验证,可以得出以下结论:

1) 如果令 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0$, 即当系统变为不可维修系统时,可用度变为可靠度,由式(19)可得到

$$R(t) = \exp[-(\lambda_1 + \lambda_3)t] + \exp[-(\lambda_2 + \lambda_3)t] - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t]$$

满足结构函数法则;

2) 如果令 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \mu_1 = \mu_2 = 1, \lambda_3 = \lambda, \mu_3 = \mu$, 由式(19)和式(22)可得到单部件可修系

统的可靠性计算公式,结果与式(1)相同;

3) 如果令 $\lambda_3 = 0, \mu_3 = 1$, 由式(19)~式(27), 可得到两个不同部件组成的并联可维修系统的可靠性计算公式;特别地,当 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda, \mu_1 = \mu_2 = \mu$ 时,可得到两个相同部件构成的并联可维修系统的可靠性计算公式,其结果与式(5)相同;

4) 如果对换式(22)~式(27)中的 λ_1 与 λ_2 、 μ_1 与 μ_2 , 结果不变,说明图1所示的可维修系统关于部件1和部件2具有对称性。

参考文献:

- [1] 宋保维.系统可靠性设计与分析[M].西安:西北工业大学出版社,2000:60-65.
- [2] BIROLINI A. Reliability engineering[M]. Berlin: Heidelberg Springer, 2007: 208-215.
- [3] 张民悦,陈艳丽.不同类型三部件串并联系统的可靠性分析[J].兰州理工大学学报,2011,37(2):127-130.
- [4] 胡兆红,陈希镇.两不同型部件温贮备可修系统的可靠性分析[J].温州大学学报(自然科学版),2009,30(4):44-48.
- [5] 李凤.两同型部件的并联系统的可靠性分析[J].科学技术与工程,2012,12(2):395-396.
- [6] 汪军芳,张民悦.有优先权三不同部件温贮备可修系统可靠性分析[J].数学的实践与认知,2015,45(3):141-147.
- [7] YUSUF I, KOKI F. Evaluation of reliability and availability characteristics of a repairable system with active parallel units[J]. Open journal of applied sciences, 2013, 3(5): 337-344.
- [8] YUSUF I, HUSSAINI N. Evaluation of reliability and availability characteristics of 2-out-of-3 standby system under a perfect repair condition[J]. American journal of mathematics and statistics, 2012, 2(5): 114-119.
- [9] EL-SAID K M, EL-SHERBENY M S. Evaluation of reliability and availability characteristics of two different system by using linear first order differential equations[J]. Journal of mathematics and statistics, 2005, 1(2): 119-123.
- [10] 曹晋华,程侃.可靠性数学引论[M].北京:高等教育出版社,2006:205-224.
- [11] 王高雄,周之铭,朱思铭,等.常微分方程[M].北京:高等教育出版社,2013:203-207.