

文章编号:1673-0062(2017)02-0008-05

旋转磁岛诱发的通行快离子输运研究

曹锦佳¹, 陈 胜², 龚学余¹

(1.南华大学 核科学技术学院,湖南 衡阳 421001;2.南华大学 电气工程学院,湖南 衡阳 421001)

摘 要:研究了旋转磁岛与反平行于磁场运动的通行快离子共振所诱发的快离子输运.结果表明:对于每一个快离子能量存在两个最大共振点,共振投掷角区的宽度比其他点更宽,分析了共振产生的漂移岛面,发现漂移岛面在等离子体边界存在间隙,存在三种类型的漂移岛面,对应三种不同的快离子输运路径.

关键词:旋转磁岛;通行快离子;共振;输运

中图分类号: O53 **文献标志码:** A

A Study on Passing Fast Ion Transport Induced by a Rotating Island

CAO Jin-jia¹, CHEN Sheng², GONG Xue-yu¹

(1.School of Nuclear Science and Technology, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China;

2.School of Electrical Engineering, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

Abstract: The passing fast ion transport, which is induced by resonant interactions with a rotating island, is investigated in this article. There are two maximum resonant points for each fast ion energy, where the widths of resonant pitch angles are larger than those of other resonant points. The drift island surfaces produced by the resonances are analyzed. The pitch angle gap near the plasma boundary is found. There are three kinds of drift island surfaces, which correspond to three kind of transport paths, respectively.

key words: rotating island; passing fast ion; resonance; transport

0 引 言

托卡马克等离子体聚变自持燃烧,采用聚变 α 粒子自加热,高能量离子物理研究显得非常重要,这也是国际热核实验堆 international thermal-

nuclear experimentl reactor(ITER)中最主要的研究问题^[1].高能量粒子存在固有的自由能,包括大的压强梯度和速度空间梯度,因此会引起一系列的不稳定性.这些不稳定的模和其他磁流体力学 magneto hydrodynamics(MHD)不稳定性会引起有

收稿日期:2017-05-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11605088;11675073);科技部 ITER 专项(2015GB110002);湖南省自然科学基金资助项目(2017JJ3268);湖南省教育厅基金资助项目(17C1352);衡阳市科学技术局基金资助项目(2016KG86)

作者简介:曹锦佳(1983-),男,讲师,博士,主要从事等离子体物理方面的研究.E-mail:CAOJINJIA585@163.com

害的,或者不可预见的快粒子输运损失.最近的实验揭示了几近静态的、低频的 MHD 模,例如新经典撕裂模 neoclassical tearing mode (NTM),能导致快离子输运的增加^[2-7].一些理论和模拟表明共振产生的漂移岛宽交叠,能引起粒子轨道随机性,导致通行快离子输运的增加^[7-10].在这些研究中忽略了磁岛旋转的效应,因为岛旋转频率相比快离子渡越频率(transit frequency)非常的低.但是在一些实验中,快离子损失周期与 NTM 磁岛的周期锁相,这表明岛旋转在快离子输运过程中起重要作用^[6-7].一些研究发现,当岛旋转在共振相互作用中起作用时,通行快离子的速度和投掷角会在相空间形成一个共振漂移岛面,如果漂移岛面与磁岛面存在一个从磁岛区到等离子体边界的连续交叠区,通行快离子就能从等离子体内部向边界输运,最终发生损失^[11-13].但是这些研究工作只研究了与磁场方向平行的通行快离子的输运,而与磁场方向反平行的通行快离子的输运则没有研究.本文在前期研究的基础上,研究反平行于磁场的通行快离子的输运,获得通行快离子的输运路径,为新经典磁岛诱发快离子损失的实验提供参考.

1 岛面交叠模型方程

1.1 磁场几何

在存在磁岛的情况下,由于磁岛的有限宽度,使得平衡磁场对称性被破坏^[14],可以表示为:

$$\frac{B}{B_0} = 1 - \left[\frac{r_s}{R_0} + \sigma_x \frac{w}{\sqrt{2}R_0} (\Omega + \cos \xi)^{1/2} \right] \cos \theta \quad (1)$$

B_0 是磁场 B 在托卡马克磁轴上的值, r_s 是有理面所在的位置, σ_x 是偏离量 $x = r - r_s$ 的符号, 当 $x > 0$ 时, $\sigma_x = 1$, R_0 是磁轴处的大半径, w 是磁岛半宽度, Ω 是辅助通量面函数, 满足 $\vec{B} \cdot \nabla \Omega = 0$, $\xi = m\theta - n\phi - \omega t$ 是螺旋角, m 和 n 是极向和环向模数, θ 为极向角, ϕ 为环向角, ω 为磁岛旋转频率, t 为时间. 另外, 平衡磁场的矢量形式为

$$\vec{B} = I \nabla \phi + \nabla \phi \times \nabla (\chi + \Psi), \quad (2)$$

式中 $I(\chi) = RB_\phi$, $R = R_0 + r \cos \theta$, B_ϕ 为环向磁场, χ 为极向磁通, $\psi = \tilde{\psi} \cos \xi$ 为磁岛产生的磁扰动, $\tilde{\psi}$ 是扰动磁通幅度, ψ 与磁矢势的平行分量 $A_{\parallel}$ 存在如下关系,

$$\psi = -RA_{\parallel} \quad (3)$$

辅助磁通函数 Ω 与极向磁通满足下面的

关系:

$$\Omega = \frac{2(\chi - \chi_s)^2}{W_\chi^2} - \cos \xi \quad (4)$$

式中 $W_\chi^2 = 4\psi q_s / q'_s$ 与 w 关系 $w = W_\chi / (RB_\theta)$, q_s 为有理面的安全因子, 上标 (') 表示关于 χ 的导数.

1.2 共振条件与岛面交叠

低频磁岛与快离子的共振条件^[15]为

$$m\omega_\theta - n\omega_\phi - l\omega_t - \omega = 0 \quad (5)$$

式中 $\omega_\phi = d\phi/dt = \omega_t + \omega_{d\phi}$, $\omega_\theta = d\theta/dt = \omega_t/q + \omega_{d\theta}$, $\omega_t = v_{\parallel}/R_q$, ω_d 是漂移频率, l 是渡越周期数. 对于通行快离子 ω_t 远大于 ω_d , 对于磁岛, ω_d 与模频率 ω 相当, $\omega_t \gg k_{\parallel} v_{\parallel}$, 在 $l = 0$ 时, 方程 (5) 可以转化为

$$\langle -\omega + k_{\parallel} v_{\parallel} - \vec{v}_d \cdot \nabla \xi \rangle_b = 0 \quad (6)$$

从方程 (6) 可以得到^[11-13]:

$$\begin{aligned} \sqrt{\Omega_*} = & -\sqrt{2}H(\Omega_* - 1) \frac{\omega x_*}{w} / \\ & \left\langle \frac{\sigma_{\parallel} m v x_*}{L_q R q} \left(1 - \frac{B_*}{B_0} (1 - \zeta^2) \right)^{1/2} + \right. \\ & \left. \frac{m v^2 q_s}{\omega_c q R_0 r_s} \left(\frac{B_0}{B_*} - \frac{1}{2} (1 - \zeta^2) \right) \cos \theta \right\rangle_b \end{aligned} \quad (7)$$

式中 x_* 是共振位置, $L_q = q_s/q'_s$ 是剪切长度, B_* 为 x_* 处的磁场强度. 方程 (7) 中变化 v 和 ζ , Ω_* 对应速度空间中的一个面 $\Omega_*(v, \xi)$. 在现实空间, 速度满足 $\Omega_*(v, \zeta)$ 的通行快离子在磁岛面 $\Omega(x_d, \xi_d)$ 上, 存在下面关系:

$$\begin{aligned} \Omega(x_d, \xi_d) &= \frac{2(\chi_*(v, \zeta) - \chi_s)^2}{W_\chi^2} - \cos \xi_d \\ &= \Omega_*(x_*, v, \zeta) \end{aligned} \quad (8)$$

在这里, $x_d = (\chi_*(v, \zeta) - \chi_s) / (RB_\theta)$ 和 ξ_d 分别是漂移岛面的径向位置和螺旋角. 下面省略 x_d 和 ξ_d 的下标 "d", 仍然用 x 和 ξ 表示漂移岛面的位置和螺旋角. 方程 (8) 中 $\Omega(x, \xi)$ 和 $\Omega_*(v, \xi)$ 对应不同空间的两个面, 存在方程 (8) 的映射关系, 采用“交叠”这个词来表示这种映射关系. 存在两种交叠区, 第一个是局域交叠区, 在 $x = x_*$ 处有一条交线

$$\Omega_*(x_*, v, \zeta) = \Omega(x_*, \xi_*) = \Omega(x, \xi) \quad (9)$$

固定 x_* , $\Omega(x_*, \xi_*)$ 在 ξ_* 方向只有一维, 因此是一条线. 第二个是非局域交叠区,

$$\Omega_*(x_*, v, \zeta) > 2x_*^2/w^2 + 1.0 \quad (10)$$

在这个区域, $\Omega(x, \xi)$ 和 $\Omega_*(v, \zeta)$ 完全重叠, 满足下面的关系:

$$\Omega(x, \xi) = \Omega_*(x_*, v, \zeta) \quad (11)$$

在以前的工作中^[11-13], 已经开展了平行磁场

方向的快离子($\sigma_{\parallel} = 1$)的输运研究,在下面的研究中,主要对反平行磁场方向的快离子($\sigma_{\parallel} = -1$)输运进行研究,重点研究由非局域交叠导致的快离子输运.

2 非局域交叠区域的共振漂移岛面

2.1 连续交叠区的宽度

发生在有理面附近的共振产生的共振漂移岛面,如果能和磁岛面发生连续性交叠 $d\Omega = d\Omega_*$,快离子会沿着交叠路径发生输运,甚至出现损失^[13].研究共振诱发的输运,首先需要确定连续交叠区,采用 ASDEX Upgrade 的参数:(2,1)磁岛,岛宽 $w = 6$ cm, $\omega = 5\,000$ /s, $\sigma_{\parallel} = -1$, $r_s = 0.3$ m, $L_q = 0.4$ m, $B_0 = 2.0$ T, $R_0 = 1.65$ m, 小半径 $a = 0.5$ m, 有理面与等离子体边界的距离 $X = a - r_s =$

20 cm.然后,设置 Ω_* 的下限 $\Omega_{*low} = 1.0$,相当于方程(10)中 $x_* = 0$, Ω_* 上限, $\Omega_{*up} = 2X^2/w^2 + 1.0 = 23.2$. Ω_* 面的连续交叠区对应 v 和 ζ 两个变量的连续区,粒子的能量 $E_h = m_h v^2/2$,下面在区间 $(\Omega_{*low}, \Omega_{*up})$ 上,确定不同的能量对应的 ζ 的连续区,采用方程(7)和(11)获得 ζ 的连续区的宽度 $\Delta\zeta$.图1绘制了 $\Delta\zeta$ 与通行快离子投掷角因子总长度 $1 - \zeta_l$ 之间的比值,与共振位置 x_* 之间的关系, ζ_l 是捕获通行边界.在图1中 $\Delta\zeta$ 的公式为

$$\Delta\zeta = \zeta_n - \zeta_1 \quad (12)$$

ζ_1 是起点, ζ_n 是终点.区域 (ζ_1, ζ_n) 中的 ζ 对应 $\Omega_*(E_{fix}, \zeta)$, 满足 $\Omega_{*1} \leq \Omega_*(E_{fix}, \zeta) \leq \Omega_{*n}$, E_{fix} 是给定的能量,且 $\Omega_{*low} \leq \Omega_{*1} < \Omega_{*n} \leq \Omega_{*up}$.从图1可知对于每个能量都存在两个宽度最大的共振位置(MRPs),只要稍微偏离 MRPs, $\Delta\zeta$ 就会急剧的减小.

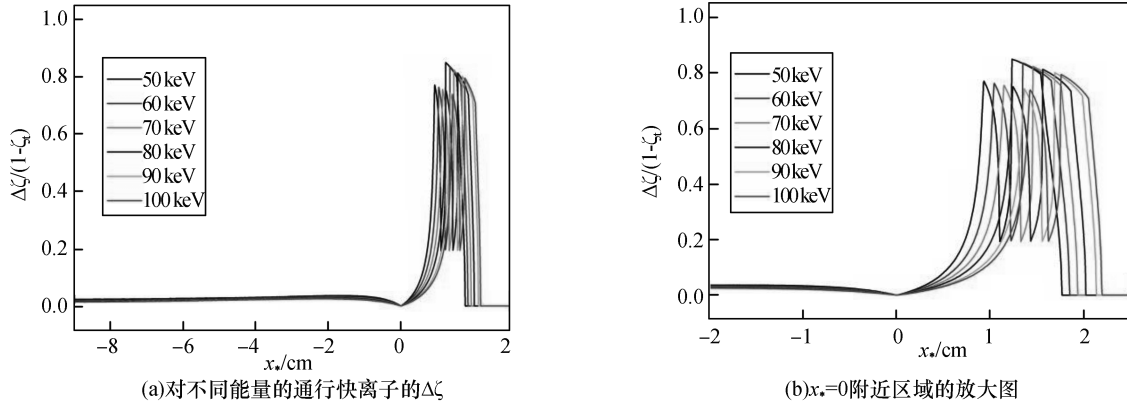


图1 共振位置和共振宽度 $\Delta\zeta$ 之间的关系

Fig.1 The relation between resonant points and widths of resonant pitch $\Delta\zeta$

2.2 快离子在 MRP 附近共振产生的漂移岛面

然后,研究通行快离子在 MRP 附近共振产生的漂移岛面.图2所示为在共振点 $x_* = 1.4$ cm 共振产生的漂移岛面 $\Omega_*(x_*, E_h, \Lambda)$.投掷角

$$\Lambda = \arccos(\langle \lambda \rangle_\theta) \quad (13)$$

其中 $\lambda = \sigma_{\parallel} \sqrt{1 - B(1 - \zeta^2)/B_0}$, $\langle \rangle_\theta = \oint (\) d\theta / 2\pi$ 是极向平均.对应磁岛的分界线, $\Omega_* = 23.0$ 等离子体边界附近,该处离(2,1)有理面的距离为 $x \approx 20$ cm.图2(b)中红色区域为局域交叠区($1.0 \leq \Omega_* \leq 1.1$),黑色区域为非局域交叠

区($\Omega_* > 1.1$),非局域交叠区比局域交叠区域范围更广,有三个局域交叠区,其中两个位于通行区(一个位于左上角,一个位于右上角),另外一个位于捕获粒子区.图2(b)中等离子体边界存在一个投掷角间隙,图2(a)也存在一个投掷角间隙,因此可以判断,该间隙存在于等离子体边界,在这个间隙中不会形成输运路径,会发生很少的快离子损失.从图2(b)中还可以看出,当快离子从间隙两边的通道向外运动时,左边的通道快离子会加速,右边的通道会减速,快离子的运动表现出类似跷板的非局域特征.

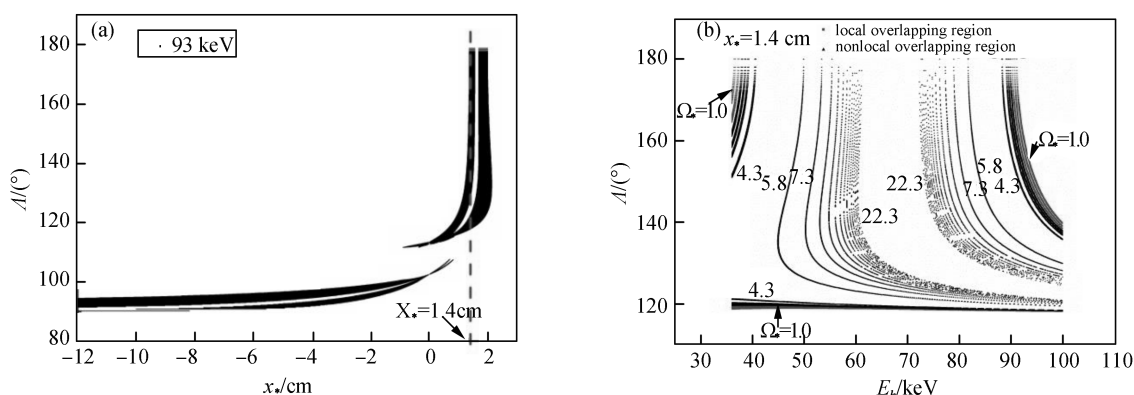


图 2 (a) 93 keV 能量的快离子共振点和投掷角之间的关系 (b) 共振点在的漂移岛面

Fig.2 (a) The relation between resonant points and pitch angles for 93 keV fast ions

(b) Drift island surface $\Omega_*(x_*, E_h, n)$ for a resonance at $x_* = 1.4$ cm

3 共振漂移岛面类型与输运路径

3.1 边界漂移岛面特征

选择 MRP 附近的多个共振点来研究通行快离子的输运路径,考虑了快离子拉莫半径对离子轨道位移的贡献,快离子发生输运损失的判据:

$$X_g + \rho_h = a - r_s \geq 20 \text{ cm} \quad (14)$$

式中 $X_g = w \sqrt{\Omega_* - 1} / \sqrt{2}$ 是导心的位置, $\rho_h = m_h v_{\perp} / (q_h B)$ 为拉莫半径, q_h 为电荷. 根据第 2.1 节中的参数,图 3 给出了等离子边界附近满足方程 (14) 的漂移岛面 $\Omega_*(E_h, A)$.

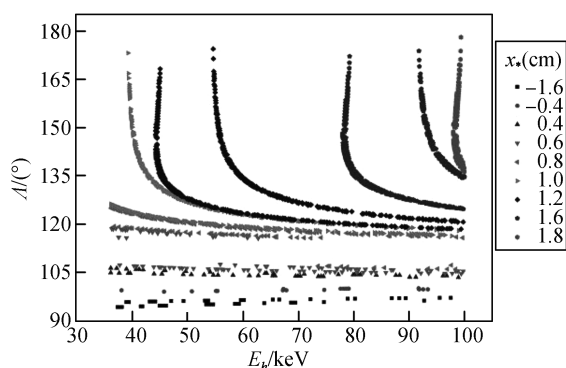


图 3 在 MRP 附近不同点共振的通行快离子,投掷角和能量构成的漂移岛面 $\Omega_*(x_*, E_h, A)$ 在等离子体边界处的分布

Fig.3 The drift island surfaces $\Omega_*(x_*, E_h, A)$ constituted by pitch angles and energies near the plasma boundary, when the resonances occur near the MRPs

从图 3 可以看出在 $x_* > 1.8$ cm 和 $x_* \leq 0.6$ cm 的点,共振产生的漂移岛面,只有很小一部分能延伸到等离子体边界.图 3 中明显存在三类漂移岛

面,第一类为投掷角变化占主导,例如 $x_* = 1.8$ cm 的漂移岛面,这种漂移岛面没有投掷角间隙;第二类投掷角和能量同时变化的漂移岛面,存在投掷角间隙,如 $x_* = 1.2$ cm 和 $x_* = 1.6$ cm 处的共振;第三类为能量变化占主导,如 $x_* = 0.8$ cm 和 $x_* = 0.4$ cm 处的共振,在 $x_* > 0$ 时还存在投掷角间隙,在 $x_* < 0$ 时投掷角间隙消失,通行快离子完全被弹射到捕获区.

3.2 三种输运路径

三种漂移岛面分别建立了一个从等离子体内部到边界的连续的 Ω_* 区域,在 Ω_* 区中磁岛面会与 Ω_* 面会发生连续性交叠 $d\Omega_* = d\Omega$,形成三种输运路径.如果总的径向速度是向外,通行快离子将最终发生损失,在靠近边界的地方,通行快离子可以从三条输运通道中的一条发生损失,或者从其中的两条通道发生损失,但是因为捕获区的漂移岛面存在不连续,所以从捕获区损失的粒子非常的少.在 ASDEX Upgrade 实验中观察到的是 $\sigma_{\parallel} = 1$ 的快离子损失^[6-7],对于本文研究 $\sigma_{\parallel} = -1$ 的通行快离子输运,其投掷角 A 与 $\sigma_{\parallel} = 1$ 的粒子的 A_+ 存在如下关系

$$A_- = \pi - A_+ \quad (15)$$

因此,对于 $\sigma_{\parallel} = 1$ 的通行快离子,其由旋转磁岛共振产生的快离子损失会与 $\sigma_{\parallel} = 1$ 的快离子损失互为补角的关系,即 $A_- + A_+ = \pi$.

4 结 论

研究了运动方向与磁场反平行 ($\sigma_{\parallel} = -1$) 的通行快离子,由于与旋转磁岛共振所产生的输运问题.通行快离子与旋转磁岛共振会产生漂移岛面,漂移岛面和磁岛面发生连续性交叠,从而形成

快离子输运通道.本文计算了连续性的岛面交叠区,对于每一个快离子能量会有两个最大共振点(MRP),交叠区的宽度比其他共振点更宽.研究MRP附近共振的漂移岛面,发现在等离子体边界会存在间隙,进一步研究漂移岛面间隙,发现了三条快离子损失的路径.

参考文献:

- [1] FASOLI A, GORMENZANO C, BERK H L, et al. Physics of energetic ions [J]. Nuclear Fusion, 2007, 47(6): 264-284.
- [2] FOREST C B, FERRON J R, GIANAKON T, et al. Reduction in neutral beam driven current in a tokamak by tearing modes [J]. Physical review letters, 1997, 79(3): 427-430.
- [3] ZWEBEN S J, DARROW D S, FREDRICKSON E D, et al. MHD induced alpha particle loss in TFTR [J]. Nuclear Fusion, 1999, 39(9): 1097-1109.
- [4] ZWEBEN S J, BUDNY R V, DARROW D S, et al. Alpha particle physics experiments in the tokamak fusion test reactor [J]. Nuclear Fusion, 2000, 40(1): 91-149.
- [5] CAROLIPIO E M, HEIDBRINK W W, FOREST C B, et al. Simulations of beam ion transport during tearing modes in the DIII-D tokamak [J]. Nuclear Fusion, 2002, 42(7): 853-862.
- [6] GARCÍA-MUÑOZ M, FAHRBACH H U, PINCHES S D, et al. MHD induced fast-ion losses on ASDEX Upgrade [J]. Nuclear Fusion, 2009, 49(8): 085014.
- [7] GARCÍA-MUÑOZ M, MARTIN P, FAHRBACH H U, et al. NTM induced fast ion losses in ASDEX Upgrade [J]. Nuclear Fusion, 2007, 47(7): 10-15.
- [8] MYNICK H E, STRACHAN J D. Transport of runaway and thermal electrons due to magnetic microturbulence [J]. Physics of Fluids, 1981, 24(4): 695-702.
- [9] MYNICK H E. Transport of energetic ions by low n magnetic perturbations [J]. Physics of Fluids B, 1993, 5(5): 1471-1481.
- [10] STRUMBERGER E, GÜNTHER S, SCHWARZ E, et al. Fast particle losses due to NTMs and magnetic field ripple [J]. New Journal of Physics, 2008, 10(2): 023017.
- [11] CAO J J, WANG A, GONG X Y, et al. Kinetic theory of passing energetic ion transport in presence of the resonant interactions with a rotating magnetic island [J]. Physics of Plasmas, 2016, 23(1): 012301.
- [12] CAO J J, WANG A, GONG X Y, et al. Transport study for passing energetic ions in presence of the resonant interactions with rotating magnetic islands [J]. Europhysics Letters, 2015, 112(12): 55001.
- [13] CAO J J, GONG X Y, XIANG D, et al. The transport characteristics of passing fast ions produced by nonlocal overlapping of drift island surfaces and magnetic island surfaces [J]. Physics of Plasmas, 2016, 23(8): 082301.
- [14] SHAIN K C. Symmetry-breaking induced transport in the vicinity of a magnetic island [J]. Physical review letters, 2001, 87(24): 245003.
- [15] WHITE R B. The theory of toroidally confined plasmas [M]. 3rd ed. London: Imperial College Press, World Scientific Publishing Co Inc. 2014: 233-252.