文章编号:1673 - 0062(2015)04 - 0069 - 04

实物期权视角下高校科研项目价值模型研究

孙江洁[1],陈　姚[2],房文亮[1],刘国旗[3],夏　云[4*]

(1. 安徽医科大学 临床医学院,安徽 合肥 230000;2. 安庆九姑中学,安徽 安庆 246525;
3. 安徽医科大学 卫生管理学院,安徽 合肥 230000;4. 安徽医科大学,安徽 合肥 230000)

摘　要:根据高校科研项目实施过程中存在风险,进而导致项目在不同时期其状态价值有所不同,结合期权理论特质,利用等价测度鞅变换及鞅的方法,结合广义维纳过程的 *Itô* 引理,得到了高校科研项目过程管理的价值评估公式。

关键词:研究项目;价值;过程管理;期权

中图分类号:F224.5　　　**文献标识码**:B

Study on the Value Model of Scientific Research Project From the Visual Angle of Real Option

SUN Jiang-jie[1], **CHEN Yao**[2], **FANG Wen-liang**[1], **LIU Guo-qi**[3], **XIA Yun**[4*]

(1. Clinical Medical College, Anhui Medical University, Hefei, Anhui 230000, China;
2. Jiu-Gu School of An-Qing, Anqing, Anhui 246525, China; 3. Health Management College, Anhui Medical University, Hefei, Anhui 230000, China; 4. Anhui Medical University, Hefei, Anhui 230000, China)

Abstract: According to process risk of the implementation, the state value of scientific research project is different. Combined with the characteristics of the option, By using the method of equivalent martingale measure and martingale transform, the value model of scientific research project is proved with *Itô* formula.

key words: research project; value; process management; option

近年来,实物期权理论已成为投资领域的热点问题之一. 早在 1977 年,Meyers[1] 将实物期权的概念首次引入到价值评估中来,2005 年,Trigeorgis[2] 将实物期权的方法引入到投资决策领域. 而高校科

收稿日期:2015 - 04 - 13

基金项目:安徽省质量工程专业改革研究基金资助项目(2012zy137);安徽省质量工程校企合作基金资助项目(2012gkk054);安徽省质量工程教学研究基金资助项目(2013jyxm538);安徽省质量工程校企合作实践基金资助项目(2014sjjd065);安徽省质量工程重点教学研究基金资助项目(2014jyxm701);校科研基金资助项目(2015xkj013);安徽医科大学校质量工程基金资助项目(2015jyxm088;2015jyxm090)

作者简介:孙江洁(1983 -),男,安徽宿松人,安徽医科大学临床医学院讲师,硕士. 主要研究方向:应用统计与风险决策. * 通讯作者.

研项目的资助与否可以看成是相关主管部门的投资决策问题. 与此,李启才等[3-7]对研发项目的实物期权模型进行了相关分析,对项目的价值评估以及是否给予资助、或是中期检查后是否给予继续资助等研究工作相对匮乏. 本文通过等价测度鞅变换及鞅的方法,结合广义维纳过程的 *Itô* 引理,得到了高校科研项目过程管理的价值评估公式. 本文所涉及的随机分析相关内容可参考文献[8-10].

1 模型及主要结果

在项目价值评估中,运用期权定价理论可以充分体现项目评审官方的选择权. 为了更好地管理项目,使得优秀项目得到资助,兼顾项目实施过程中的风险导致不同时期的项目状态价值有所不同,提出高校项目过程管理图示如图 1 所示.

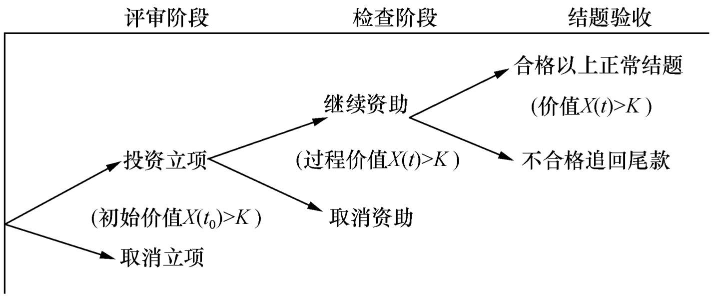

图 1 项目过程管理图示

Fig. 1 Graphics representation of project process management

根据图 1 高校项目过程管理图示,结合期权理论,可以提出高校项目状态价值评估理论模型.

假设每一个项目本身都存在理论价值、实践价值和经济价值等,同时假定项目评价过程是无干扰的,且完备的连续市场,用 $r(\cdot)$ 表示市场的短期利率,用 $X(t)$ 来表示风险资产(项目在过程管理中的状态资产),且其价值过程服从:

$$\begin{cases} dX(t) = X(t)[(\mu(t)dt + \sigma(t)dW(t)] \\ dP(t) = r(t)P(t)dt \end{cases} \quad (1)$$

其中参数 $\mu(t)$ 为期望收益率, $\sigma(t)$ 项目在过程管理中价值波动率,均为确定性的,关于时间 t 的函数,且有 $W(t)$ 均为标准布朗运动.

主要结论:在模型(1)下,高校科研项目在过程管理 t 时刻的状态价值为:

$$F(X(t),t) = I_1 - I_2$$

其中:

$$I_1 = X(t)N\left(\frac{\int_t^T (r(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2})ds - \ln\frac{K}{X(t)}}{\sqrt{\int_t^T \sigma^2(s)ds}}\right),$$

$$I_2 = Ke^{-\int_t^T r(s)ds} \cdot N\left(\frac{\ln\frac{K}{X(t)} - \int_t^T (r(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2})ds}{\sqrt{\int_t^T \sigma^2(s)ds}}\right),$$

K 为科研项目申请资助金额, T 为项目到期日, $N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{s^2}{2}}ds$.

2 若干引理及定理证明

引理 1(Girsanov **定理**[11-12]) 取 $B(t),(t \leqslant s \leqslant T)$ 为带 σ- 代数流的概率空间 $(\Omega, F, \{F_s\}_{s \geqslant t}, P)$ 标准布朗运动, $\theta(s),(t \leqslant s \leqslant T)$ 是一个适应于 $\{F_s\}_{s \geqslant t}$ 的随机过程,对 $t \leqslant s \leqslant T$,定义: $W(t) = \int_t^T \theta(s)ds + B(t)$, $Z_s = \exp\{-\int_t^T \theta(s)dB(s) - \frac{1}{2}\int_t^T \theta^2(s)ds\}$,我们定义一个新的概率测度: $\frac{d\widetilde{P}}{dP}| F_S = Z_S$,则在 $\widetilde{P}$ 下,随机过程 $W(s),(t \leqslant s \leqslant T)$ 是布朗运动.

引理 2[13-15] 假设 $\{X(t)\}$ 服从广义的维纳过程,即 $dX = g(X,t)dt + \sigma(X,t)dB(t)$, $B(t)$ 为标准的布朗运动,则对任意关于 X,t 的函数 $f = f(X,t)$,有:

$$df = (\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial X}g(X,t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial X^2}\sigma^2(X,t))dt + \frac{\partial f}{\partial X}\sigma(X,t)dB(t)$$

令 $g(f,t) = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial X}g(X,t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial X^2}\sigma^2(X,t)$;

$$\sigma(f,t) = \frac{\partial f}{\partial X}\sigma(X,t)_t$$

则: $\mathrm{d}f = g(f,t)\mathrm{d}t + \sigma(f,t)\mathrm{d}B(t)$

即 f 也遵循 $It\hat{o}$ 过程.

主要结论的证明:

由式(1)有:

$$X(T) = X(t)\exp\{\int_t^T(\mu(s) - \frac{1}{2}\sigma^2(s))\mathrm{d}s + \int_t^T\sigma(s)\mathrm{d}W(s)\},$$

由引理 1,容易构造一个等价鞅测度 $\widetilde{P}$ 由下式给出:

$$\frac{\mathrm{d}\widetilde{P}}{\mathrm{d}P}| F_S = Z_S, Z_s = \exp\{-\int_t\frac{\mu(s) - r(s)}{\sigma(s)} \times \mathrm{d}W(s) - \frac{1}{2}\int_t^T(\frac{\mu(s) - r(s)}{\sigma(s)})^2\mathrm{d}s\},$$

在这里, $\tilde{W}(s) = \int_t^T\frac{\mu(s) - r(s)}{\sigma(s)}\mathrm{d}s + W(s)$,

容易算得:

$$X(T) = X(t)\exp\{\int_t^T(r(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2})\mathrm{d}s + \int_t^T\sigma(s)\mathrm{d}\tilde{W}(s)\} \tag{2}$$

则在模型(1)下,高校科研项目在过程管理 t 时刻的状态价值为:

$$F(X(t),t) = \tilde{E}[e^{-\int_t^T r(s)\mathrm{d}s} \times \max\{(X(T) - K),0\} \times I_{\{X(T)>K\}} | F_t] \overset{\Delta}{=} I_1 - I_2$$

其中:

$$I_1 = \tilde{E}[e^{-\int_t^T r(s)\mathrm{d}s} \times X(T) \times I_{\{X(T)>K\}} | F_t];$$

$$I_2 = \tilde{E}[e^{-\int_t^T r(s)\mathrm{d}s} \times K \times I_{\{X(T)>K\}} | F_t]$$

为了求出 I_1, I_2 ,将分两步进行:

第一步:化简 $I_{\{X(T)>K\}}$

由　$X(T) > K$　结合式(2)有:

$$X(t)\exp\{\int_t^T(r(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2})\mathrm{d}t + \int_t^T\sigma(s)\mathrm{d}\tilde{W}(s)\} > K$$

$$\Rightarrow\int_t^T\sigma(s)\mathrm{d}\tilde{W}(s) > \ln\frac{K}{X(t)} - \int_t^T(r(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2})\mathrm{d}t$$

记 $Y(t) \overset{\Delta}{=} \int_t^T\sigma(s)\mathrm{d}\tilde{W}(s)$　则 $\{Y(t), 0 \leqslant t \leqslant T\}$ 为高斯过程.

由随机积分的相关知识可以得到:

$$E(Y(t)) = 0, Var(Y(t)) = \int_t^T\sigma^2(s)\mathrm{d}s$$

第二步,计算 I_1, I_2

$$I_1 = \tilde{E}[e^{-\int_t^T r(s)\mathrm{d}s} \times X(T) \times I_{\{X(T)>K\}} | F_t] = X(t)e^{-\int_t^T\sigma^2(s)\mathrm{d}s}\tilde{E}(e^{Y(t)}I_{\{Y(t)>\ln\frac{K}{X(t)}+\int_t^T(r(s)-\frac{\sigma_1^2(s)}{2})\mathrm{d}s\}} | F_t)$$

结合概率论的相关知识可以得到:

$$I_1 = X(t)N(\frac{\int_t^T(r(s) - \frac{\sigma_1^2(s)}{2})\mathrm{d}s - \ln\frac{K}{X(t)}}{\sqrt{\int_t^T\sigma^2(s)\mathrm{d}s}})$$

同理可以得到:

$$I_2 = Ke^{-\int_t^T r(s)\mathrm{d}s}\cdot N(\frac{\ln\frac{K}{X(t)} - \int_t^T(r(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2})\mathrm{d}s}{\sqrt{\int_t^T\sigma^2(s)\mathrm{d}s}})$$

主要结论证明完毕.

3　数值举例

为了验证本文公式的有效性,取 $X(t) = 40\,000$ 元,科研项目申请资助金额为 20 000 元,建设周期为壹年,参数 $\sigma(t) = 1$,假设短期年利率为 0.05,则可计算出半年后该可研项目的状态价值约为 29 349.721 5元,亦可计算出壹年后该可研项目的状态价值约为 19 640.401 8 元,此时项目在中期检查和结题验收状态价值均大于 0,故从项目状态价值潜力较大,可支持项目继续研究;同时,值得指出的是,项目是否继续支持,应考虑项目检查时,项目经费的支出和部分结果价值的转化是否同步等多因素考量.

4　结　论

本文利用鞅的方法得到科研项目在过程管理 t 时刻的状态价值公式,该公式在使用之前需要解决如何量化项目理论价值、实践价值和经济转换价值等,构建价值分值与投资金额的对应关系,如 1 000元/分等,进而实现项目过程管理在任意时刻 t 的价值. 对于这些问题,作者将另论讨论.

参考文献:

[1] Meyers S. Finance Theory and financial strategy[J]. Interfaces, January-February, 1984, 33(1): 127-137.

(下转第 76 页)

即肿瘤被灭绝.

参考文献:

[1] 周广炎. 免疫学原理[M]. 上海:科学技术文献出版社,2000.

[2] 吴艳红,王慧茹,邓振领,等. 肿瘤生物免疫治疗研究进展[J]. 科技导报,2014,32(26):27-36.

[3] Kirschner D, Panetta J C. Modeling Immunotherapy of the Tumor-Immune Interaction[J]. J. Math. Biol,1998,37(5):235-252.

[4] Adam J A. Effects of vascularization on lymphocyte/tumor cell dynamics: Qualitative features[J]. Mathl. Comput. Modelling,1996,23(6):1-10.

[5] DeLisi C, Rescigno A. Immune surveillance and neoplasia-I: a minimal mathematical model[J]. Bull. Math. Biol.,1977,39(2):201-221.

[6] Bunimovich-Mendrazitsky S, Byrnne H, Stone L. Mathematical model of plused immunotherapy for superficial bladder cancer[J]. Bulletin of Mathematical Biology,2008,70(7):2055-2076.

[7] 乔梅红,齐欢,刘安平,等. 脉冲输注免疫因子的 HBV 模型稳定性和持久性分析[J]. 数学年刊,2011,32A(2):173-184.

[8] 潘玉娜,朱惠延,丁倩,等. 隐蔽期脉冲输注免疫因子 HIV 治疗模型的稳定性研究[J]. 南华大学学报(自然科学),2014,28(1):77-83.

[9] 王芳娟,朱惠延,潘玉娜. 具免疫疗法的肿瘤生长微分方程模型的稳定性分析[J]. 生物数学学报,2013,28(1):41-46.

[10] 陈立范. 两类具有脉冲和时滞的传染病模型的稳定性分析[D]. 兰州:兰州大学,2013.

[11] Zhang X Y, Liu G R. Existence and global attractivity of unique positive periodic solution for an impulsive[J]. Journal of Biomathematics,2015,30(3):405-414.

[12] 宋新宇,郭红建,师向云. 脉冲微分方程理论及其应用[M]//陈兰荪. 生物数学丛书:8. 北京:科学出版社,2011.

(上接第 71 页)

[2] Trigeorgis L. Making use of real options simple: an overview and applications in flexible modular decision making[J]. The Engineering Economist,2005,50(1):25-53.

[3] 李启才. 研发项目的两期实物期权模型分析[J]. 淮北煤炭师范学院学报,2006,27(4):14-17.

[4] 张明明,周德群,周鹏,等. 基于实物期权的中国光伏发电项目投资评价[J]. 北京理工大学学报(社会科学版),2014,16(6):26-33.

[5] 周铭宇,张云平. 基于模糊复合实物期权的企业重大持续改进项目估值研究[J]. 昆明理工大学学报(社会科学版),2014,14(5):83-89.

[6] 季闯,程立,袁竞峰,等. 模糊实物期权方法在 PPP 项目价值评估中的应用[J]. 工业技术经济,2013,33(2):49-55.

[7] Lin B, Wesseh P K. Valuing Chinese free-in tariffs program for solar power generation: a real options analysis[J]. Renewable and Sustainable Energy Review,2013,28(8):474-482.

[8] Karatzas I, Shreve S E. Brown motion and stochastic calculus[M]. New York: Springer-Verlag,1991.

[9] Steven E, Shreve S E. Stochastic calculus for finance: continuous-time models[M]. New York: Springer-Verlag,2004.

[10] Ben H, Breton M, Karoui L, et al. A dynamic programming approach for pricing options embedded in bonds[J]. Journal of Economic Dynamics&Control,2007,31(7):2212-2233.

[11] Musiela M, Rutkowski M. Martingale methods in financial modelling[M]. New York: Springer-Verlag,2003:110-116.

[12] 孙江洁. 几种奇异期权定价问题的研究[R]. 安徽:合肥工业大学,2009.

[13] 孙江洁,杜雪樵. Vasicek 利率模型下欧式期权买权定价[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2009,32(3):442-445.

[14] 孙江洁. 函数幂型几何亚式期权定价研究[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2010,33(1):158-160.

[15] 孙江洁,刘国旗. Vasicek 利率模型下的欧式期权买权定价与数值分析[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2011,34(3):476-480.