

文章编号:1673-0062(2014)03-0005-04

B 介子三体衰变过程相空间中局域 CP 破缺的理论解释

张振华

(南华大学 核科学技术学院,湖南 衡阳 421001)

摘要:研究了一种能使底介子三体衰变产生很大的局域 CP 破缺的机制. 该机制通过不同自旋中间共振态振幅之间的干涉效应使底介子三体衰变相空间的局部区域产生很大的 CP 破缺. 将此机制用于 $B^{\pm} \rightarrow K^{\pm} \pi^+ \pi^-$ 可以用于解释实验上观测到的 CP 破缺.

关键词:CP 破缺; B 介子; 三体衰变

中图分类号: O572.33 **文献标识码:** A

Theoretical Study of Localized CP Violations in Three-body Decays of B Meson

ZHANG Zhen-hua

(School of Nuclear Science and Technology, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

Abstract: In this paper, we present a mechanism which can induce large CP violations in three-body decays of bottom mesons. This mechanism states that large localized CP asymmetries in phase space can be induced by the interference of two intermediate resonance with different spins. We also apply this mechanism to the decay channel $B^{\pm} \rightarrow K^{\pm} \pi^+ \pi^-$.

key words: CP violation; B mesons; three body decay

0 引言

CP 破缺首先在 1964 年发现于 $K^0 - \bar{K}^0$ 系统中^[1]. 在标准模型中, CP 破缺来源于 CKM 矩阵中的弱相位^[2-3]. 除弱相位以外, 为了得到 CP 破缺, 往往也需要一个强相位. 强相位一般来源于 Feyn-

man 圈图的阈值效应. 要产生具有可观测效应的较大的 CP 破缺, 就得需要一个大的强相位. 这种大的强相位一般来源于 QCD 圈图修正.

最近两年, LHCb 实验组在 B 介子的一些三体非轻子衰变道发现了明确的 CP 破缺信号^[4-7]. 而且对于一些过程来说, 在相空间的局部区域内

收稿日期: 2014-03-11

基金项目: 国家自然科学基金理论物理专项基金资助项目(11347124); 南华大学博士科研启动基金资助项目(2013XQD04)

作者简介: 张振华(1983-), 男, 山东滨州人, 南华大学核科学技术学院讲师, 博士. 主要研究方向: 粒子物理理论.

的 CP 破缺可以非常大. 对于衰变道 $B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$ 来说, 当 $\pi^+ \pi^-$ 介子对的不变质量为 $m^2 < 0.4 \text{ GeV}^2$ $m^2 > 15 \text{ GeV}^2$ 时, CP 破缺可以达到 60% 甚至更多. 这种相空间中局域的 CP 破缺, 可以通过中间共振态振幅的干涉给出^[8]. 中间共振态振幅之间的干涉可以允许大的强相位的存在, 从而为大的 CP 破缺给出了空间.

要在相空间中的某些区域产生较大的 CP 破缺可以有多种机制, 但是不论那种机制, 一般都需要给出较大的强相位差才可以. 在文献[8]中, 提出了一种在三体衰变相空间中产生大的 CP 破缺的机制, 即通过不同自旋中间共振态对应振幅的干涉给出大的强相位差, 从而给出大的 CP 破缺. 在本文中, 我们将简单介绍这种机制, 并将其用于解释实验观测到的衰变道 $B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$ 中的相空间局域的大 CP 破缺.

1 质量相近中间共振态振幅干涉引起的 CP 破缺

考虑一个一般的级联衰变, $B \rightarrow XM_3, X \rightarrow M_1 M_2$, 其中初态和末态粒子为自旋为零的粒子, 可以证明, 跃迁振幅正比于 Legendre 多项式 $P_J(g_{s_{12}}(s_{13}))$, 其中 $s_{ij}(i, j=1, 2, 3)$ 是粒子 M_i 和 M_j 的不变质量平方, J 是粒子 X 的自旋, 另外

$$g_{s_{12}}(s_{13}) = \frac{\hat{s}_{13} - s_{13}}{\Delta_{13}}$$

其中, $\hat{s}_{13} = (s_{13, \max} + s_{13, \min})/2$, $\Delta_{13} = (s_{13, \max} - s_{13, \min})/2$, 这里的 $s_{13, \max}$ 和 $s_{13, \min}$ 指的是 s_{13} 的最大及最小可能取值.

上述级联衰变跃迁振幅的形式启发将一个一般的三体衰变过程 $B \rightarrow M_1 M_2 M_3$ 的衰变振幅按 Legendre 多项式展开:

$$M(s_{12}, s_{13}) = \sum_l a_l P_l(g_{s_{12}}(s_{13}))$$

注意到 a_l, Δ_{13} , 以及 \hat{s}_{13} 都是依赖于 s_{12} 的, 但是都不依赖 s_{13} .

当在相空间中的某些区域(设 s_{12} 取定为 \bar{s}_{12}), 衰变振幅由展开式中的两项占主导地位时, 衰变振幅就可以表示为

$$M(s_{12}, s_{13}) = a_{j_1} P_{j_1}(g_{\bar{s}_{12}}(s_{13})) + a_{j_2} P_{j_2}(g_{\bar{s}_{12}}(s_{13}))$$

如果此衰变过程是弱衰变的话, 那么系数具有一般形式

$$a_l = [T_l + P_l e^{i(\alpha_l + \phi)}] e^{i\delta_l}$$

其中 ϕ 为弱相角, 其余为强相角. 微分 CP 破缺参数就可以定义为

$$A_{cp} = \frac{|M|^2 - |\bar{M}|^2}{|M|^2 + |\bar{M}|^2}$$

此时它可以表示为 $A_{cp} = D/F$, 其中

$$D = -2\sin\phi \{ [P_{J_1} P_{J_2} T_{J_1} P_{J_2} \sin(\delta_{J_2} - \delta_{J_1} + \alpha_{J_2}) + P_{J_1}^2 T_{J_1} P_{J_1} \sin\alpha_{J_1}] + [J_1 \leftrightarrow J_2] \},$$

$$F = \{ P_{J_1}^2 (T_{J_1}^2 + P_{J_1}^2) + P_{J_1} P_{J_2} [T_{J_1} T_{J_2} \cos(\delta_{J_1} - \delta_{J_2}) + P_{J_1} P_{J_2} \cos(\delta_{J_1} - \delta_{J_2} + \alpha_{J_1} - \alpha_{J_2})] + 2\cos\phi [P_{J_1} P_{J_2} T_{J_1} P_{J_2} \cos(\delta_{J_2} - \delta_{J_1} + \alpha_{J_2}) + P_{J_1}^2 T_{J_1} P_{J_1} \cos\alpha_{J_1}] + [J_1 \leftrightarrow J_2] \}$$

可以看出, CP 破缺是依赖于 s_{13} 的.

下面考虑 $J_1 = 0, J_2 = 1$ 的情况. 这种情况允许将相空间分成两部分, 记这两部分为 Ω 和 $\bar{\Omega}$, 分别代表 $s_{13} > \hat{s}_{13}$ 和 $s_{13} < \hat{s}_{13}$ 对应的区域. 这两个区域的 CP 破缺可以表示为

$$A_{CP}^{\Omega} = \frac{\hat{S}_{-}^{\Omega} + \hat{A}_{-}^{\Omega}}{\hat{S}_{+}^{\Omega} + \hat{A}_{+}^{\Omega}}, A_{CP}^{\bar{\Omega}} = \frac{\hat{S}_{-}^{\bar{\Omega}} + \hat{A}_{-}^{\bar{\Omega}}}{\hat{S}_{+}^{\bar{\Omega}} + \hat{A}_{+}^{\bar{\Omega}}}$$

其中,

$$\hat{S}_{-}^{\Omega} = -2\sin\phi [T_0 P_0 \sin\alpha_0 + \frac{1}{3} T_1 P_1 \sin\alpha_1],$$

$$\hat{S}_{+}^{\Omega} = T_0^2 + P_0^2 + 2T_0 P_0 \cos\alpha_0 \cos\phi + \frac{1}{3} (T_1^2 + P_1^2 + 2T_1 P_1 \cos\alpha_1 \cos\phi),$$

$$\hat{A}_{-}^{\Omega} = -[T_0 P_1 \sin(\alpha_1 + \delta_1 - \delta_0) + (T_1 P_0 \sin(\alpha_0 + \delta_0 - \delta_1))]$$

$$\hat{A}_{+}^{\Omega} = -\{ T_0 T_1 \cos(\delta_0 - \delta_1) + P_0 P_1 \cos(\alpha_0 - \alpha_1 + \delta_0 - \delta_1) + \cos\phi [T_0 P_1 \cos(\alpha_1 + \delta_1 - \delta_0) + T_1 P_0 \cos(\alpha_0 + \delta_0 - \delta_1)] \}.$$

并且有

$$\hat{S}_{\pm}^{\bar{\Omega}} = \hat{S}_{\pm}^{\Omega}, \hat{A}_{\pm}^{\bar{\Omega}} = -\hat{A}_{\pm}^{\Omega}$$

从上述表达式中可以看出, 上述两个区域的 CP 破缺可以很不同.

2 对 $B^+ \rightarrow K^+ \pi^+ \pi^-$ 的应用

把上述讨论应用到 $B^+ \rightarrow K^+ \pi^+ \pi^-$ 中, 发现, 由于中间共振态 $f_0(500)$ 和 $\rho^0(770)$ 对应的振幅的干涉效应, 在 $f_0(500)$ 的共振峰附近, $K^+ \pi^-$ 的不变质量在较大和较小情况下, CP 破缺会有很大的不同.

相应的有效哈密顿量为

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[V_{ub} V_{uq}^* (C_1 O_1^u + C_2 O_2^u) + V_{cb} V_{cq}^* (C_1 O_1^c + C_2 O_2^c) - V_{tb} V_{tq} \sum_{i=3}^{10} C_i O_i \right] + h. C.$$

其中, G_F 是费米常数, $V_{qq'}$ 是 CKM 矩阵元, C_i 是 Wilson 系数, O_i 是四费米子算符. 有了上述有效哈密顿量, 我们就可以得到 $B^- \rightarrow \rho^0 \pi^-$ 和 $B^- \rightarrow f_0(500) \pi^-$ 的跃迁矩阵元. 我们还需要 $\rho^0(770) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 和 $f_0(500) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 的有效哈密顿量, 它们可以形式地表达为

$$H_{\rho^0 \pi \pi} = -ig_{\rho \pi \pi} \rho_\mu^0 \pi^+ + \bar{\partial} \pi^-$$

$$H_{f_0 \pi \pi} = g_{f_0 \pi \pi} f(2\pi^+ \pi^- + \pi^0 \pi^0)$$

这样, 两个级联衰变的跃迁矩阵元为

$$M_{\rho^0} = \frac{2m_\rho g_{\rho \pi \pi} (\hat{s}_{K^-\pi^+} - S_{K^-\pi^+})}{s - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho} \left\{ V_{ub} V_{us}^* \times \right.$$

$$\left[\frac{\alpha_1}{\sqrt{2}} f_\rho F_1 + \alpha_2 f_K A_0 \right] - V_{tb} V_{ts}^* \left[\frac{3(a_7 + a_0)}{2\sqrt{2}} f_\rho F_1 + \right.$$

$$\left. \left[a_4 + a_{10} - \frac{2(a_6 + a_8)m_K^2}{(m_s + m_u)(m_b + m_u)} f_K A_0 \right] \right\}$$

$$M_{f_0} = \frac{2g_{f_0 \pi \pi}}{s - m_{f_0}^2 + im_{f_0} \Gamma_{f_0}} f_\pi m_B^2 F_0^{B \rightarrow f_0}(m_K^2) \left[V_{ub} V_{us}^* a_2 - \right.$$

$$\left. V_{tb} V_{ts}^* \left[(a_4 + a_{10}) - \frac{2(a_6 + a_8)m_K^2}{(m_s + m_u)(m_b + m_u)} \right] \right\}$$

其中, F_1 和 A_0 是相应衰变的形状因子, 所有的系数 a_i 都可以由 Wilson 系数表示, 对于偶数的 i , $a_i = C_i + C_{i+1}/N_c$, 对于奇数 i , $a_i = C_i + C_{i-1}/N_c$. Wilson 系数可以取为^[9]

$$C_1 = -0.185, C_2 = 1.082, C_3 = 0.014, C_4 = -0.035, C_5 = 0.009, C_6 = -0.041, C_7 = -0.002\alpha, C_8 = 0.054\alpha, C_9 = -0.192\alpha, C_{10} = 0.263\alpha.$$

另外, 形状因子取值为^[10]

$$F_1^{(B \rightarrow K)} = 0.35, A_0^{(B \rightarrow \rho)} = 0.28, F_0^{(B \rightarrow f_0)} = 0.3.$$

通过上述讨论, 我们发现只有一个自由参数, 就是强相位差 $\bar{\delta}$. LHCb 实验组提供了关于 $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$ 的最新的实验数据^[6]. 从数据中可以看出, 当 $\pi^+ \pi^-$ 的不变质量在 $f_0(500)$ 的共振峰附近时, CP 破缺对 $K^\pm \pi^\pm$ 不变质量较大的情况可以达到 30% 甚至更大, 对 $K^\pm \pi^\pm$ 不变质量较小的情况, CP 破缺却在 0 到 -10% 之间. 当将强相位差 $\bar{\delta}$ 在 200° 到 249° 之间取值时, 理论与实验符合得很好. 在图 1 中, 我们画出了当 $s = m_{f_0}^2$ 时, 当 $\bar{\delta} = 200^\circ, 220^\circ, 240^\circ$ 三种情况下, CP 破缺参数对 $g_s(s_{K^\pm \pi^\pm})$ 的依赖. 可以看出, 当 g_s 小于零时 (对应区域 Ω), CP 破缺非常小, 而当 g_s 大于 0.5 时, CP 破缺很大.

图中点划曲线、实曲线、短划曲线分别代表 $\bar{\delta} = 200^\circ, 220^\circ, 240^\circ$ 对应的情况; 直线代表区域 Ω 和 $\bar{\Omega}$ 的局域平均 CP 破缺参数.

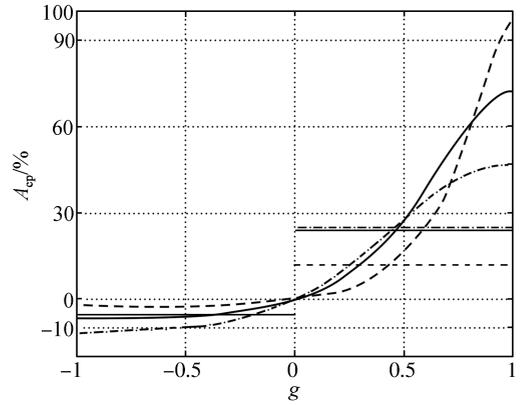


图 1 微分 CP 破缺参数对 $g = g_{m^2}(s_{K^\pm \pi^\mp})$ 的依赖

Fig. 1 Differential CP violations as a function of $g = g_{m^2}(s_{K^\pm \pi^\mp})$

3 结论

对由两个自旋不同的中间共振态对应振幅之间的干涉作用引起的 CP 破缺这一物理机制进行了讨论. 将这一机制应用到衰变过程 $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$. 当 $\pi^+ \pi^-$ 介子对的不变质量在 $f_0(500)$ 的共振峰附近时, 可以发现在 $K^\pm \pi^\pm$ 系统的不变质量较大和较小时 CP 破缺会有很大的不同. 这一现象的关键在于中间共振态 $f_0(500)$ 和 $\rho^0(770)$ 对应振幅之间的干涉.

参考文献:

- [1] Christenson J H, Cronin J W, Fitch V L, et al. Evidence for the 2π decay of the K_{20} meson [J]. Phys. Rev. Lett., 1964, 13(4): 138-140.
- [2] Cabibbo N. Unitary symmetry and leptonic [J]. Phys. Rev. Lett., 1963, 10: 531.
- [3] Kobayashi M, Maskawa T. CP violation in the renormalizable theory of weak interaction [J]. Prog. Theor. Phys., 1973, 49(2): 652-657.
- [4] Aaij R, Aderna B, Adinolfi M, et al. Measurement of CP Violation in the Phase Space of $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$ and $B^\pm \rightarrow K^\pm K^+ K^-$ Decays [J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 111: 101801.
- [5] Aaij R, Beteta A, Adeva B, et al. First Observation of CP Violation in the Decays of B_s^0 Mesons [J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110(22): 221601.
- [6] Aaij R, Adeva B, Adinolfi M, et al. Study of $B_{(s)}^0 \rightarrow K_S^0 h^+ h'^-$ decays with first observation of $B_s^0 \rightarrow K_S^0 K^+ \pi^-$ and $B_s^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ [J]. JHEP, 2013, 10: 143.

daho National Engineering Laboratory, 1995.

- [3] Trellue H R, Poston D I. User's Manual, Version 2.0 for MONTEBURNS, Version 5B[R]. USA: Los Alamos National Laboratory, 1999.
- [4] 李金鸿, 张松柏, Kryuchkov E F, 等. 用于燃耗计算的三维 MCCOOR 程序系统[J]. 核动力工程, 2006, 27(3):16-19.
- [5] 师学明, 张本爱. 输运与燃耗耦合程序 MCORGS 的开发[J]. 核动力工程, 2010, 31(3):1-4.
- [6] 余纲林, 王侃, 王煜宏. MCBurn; MCNP 和 ORIGEN 耦合程序系统[J]. 原子能科学技术, 2003, 37(3):250-254.
- [7] SHE Ding, XU Qi, WANG Kan. RMC1.0-Development of Monte Carlo Code for Reactor Analysis[R]. 18th International Conference on Nuclear Engineering (ICONE18), Xi'an, China; 2010.
- [8] DeHart M D. TRITON: A Two-Dimensional transport and Depletion Module for characterization of spent nuclear Fuel[R]. USA: Oak Ridge National Laboratory, 2006.
- [9] Petrie L M, Landers N F, Hollenbach D F, et al. KENO V. a: An improved Monte Carlo Criticality Program[R]. USA: Oak Ridge National Laboratory, 2006.
- [10] Gauld I C, Hermann O W, Westfall R M. ORIGEN-S: SCALE System Module to Calculate Fuel Depletion, Actinide Transmutation, Fission Product buildup and Decay, and Associated Radiation Source Terms[R]. USA: Oak Ridge National Laboratory, 2006.
- [11] 李素梅, 金文绵. 临界计算程序 KENO 的开发与应用[J]. 原子能科学技术, 1995, 29(1):1-8.
- [12] 辛锋, 刘圆圆, 郑鹏, 等. 用于 ORIGEN-S 程序计算结果的数据处理优化研究[J]. 核动力工程, 2013, 34(2):72-74.
- [13] Weaver K D, Zhao X, Pilat E E, et al. A PWR Thorium Pin Cell Burnup Benchmark[R]. USA: Idaho National Engineering and Environmental Laboratory, 2000.

(上接第7页)

- [7] Aaij R, LHCb collaboration. Measurement of CP violation in the phase space of $B^{\pm} \rightarrow K^+ K^- \pi^{\pm}$ and $B^{\pm} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^{\pm}$ decays[J]. Phys. Rev. Lett., 2014, 112:011801.
- [8] Zhang Z H, Guo X H, Yang Y D. CP violation in $B^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^+ \pi^-$ in the region with low invariant mass of one $\pi^+ \pi^-$ pair[J]. Phys. Rev., 2013, D87:076007.
- [9] Buchalla G, Buras A J, Lautenbacher M E. Weak decays beyond leading logarithms[J]. Rev. Mod. Phys., 1996, 68:1125.
- [10] Cheng H Y, Chua C K, Hwang C W. Covariant light-front approach for s-wave and p-wave mesons: its application to decay constants and form factors[J]. Phys. Rev., 2004, D 69:074025.