文章编号:1673-0062(2013)04-0100-05

基于弹性理论的拉力型锚杆锚固段应力分布规律研究

彭 辉,袁 超,向德强

(湖南科技大学 土木工程学院,湖南 湘潭 411201)

 摘 要:视锚杆和周围介质为弹性材料,在弹性半空间里,利用 Mindlin 位移解,根据 拉力型锚杆实际工作状态,推导出拉力型锚杆锚固段轴向应力和弹性粘结应力分布 的方程.并分析相关岩土参数对锚固段轴向应力和剪应力的分布的影响,得出影响较 大的几个因素,为拉力杆的力学分析和工程设计提供理论依据.
 关键词:拉力型锚杆;锚固段;粘结应力;Mindlin 解
 中图分类号;TU313 文献标识码;A

Distribution of Stress on Bonded Length of Tension-type Rock Bolt Based on Theory of Elasticity

PENG Hui, YUAN Chao, XIANG De-qiang

(Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan 411201, China)

Abstract: This research provides a theoretical basis for the pull rod mechanics analysis and engineering design. In accordance with the above, we can analyse related geotechnical parameters on the axial stress and shear stress distribution of the anchorage segment, and influence of several factors can be concluded. According to tensile type anchor rod under the actual working condition, we can deduce the equation about the distribution of axial stress and elastic bond stress of tensile type anchor's anchoring section when the anchor bolt and the surrounding medium are elastic materials by Mindlin's displacement solution in elastic half-space.

key words: tensile type anchor rod; anchorage section; bond stress; Mindlin's displacement solution

锚杆锚固作为岩土工程的一种主要技术得到 日益广泛地应用,锚杆的单体承载能力也不断地 提高^[1].预应力锚杆因其具有主动加固、效果明 显、施工方便、圬工量小及扰动破坏小等特点得到 广泛地应用^[2].与压力型相比,传统拉力型锚杆 具有施工工艺简单,技术门槛不高、施工机具设备

收稿日期:2013-07-04

作者简介:彭 辉(1986-),男,湖南衡阳人,湖南科技大学土木工程学院硕士研究生.主要研究方向:锚固工程.

轻巧、费用低廉等诸多优点,在实际工程应用中更 加广泛^[3].对于锚杆锚固机理,国内外许多科技 工作者和工程技术人员做了大量的研究,但目前 锚杆支护设计在很大程度上仍依赖于经验类比, 锚固理论方面的研究仍远落后于工程实践^[4].本 文从弹性理论 Mindlin 问题解出发,推导的锚固段 应力分布弹性解是在前人工作的基础上对拉力型 锚杆锚固端弹性应力分布解析解的进一步探索.

1 锚固段应力分布弹性解

考虑拉力型锚杆埋入岩体中,其端头受拉拔 力的情况,为了方便对其进行研究,分别作如下假 定:1)锚固体与周围岩体为线弹性体;2)周围岩 土体与锚固体之间的界面服从库伦准则;3)锚固 体截面上的轴应力为均匀分布;4)在弹性工作段 内,锚固体与周围岩土体之间的变形协调一致.锚 杆所作用的岩体可视为半无限空间在平面半空间 内部深度 c 处作用一集中力 P(如图1所示),在 B(x,y,z)处的垂直位移可由 Mindlin 位移解^[5] 确定:

$$u_{z} = \frac{P(1 + v)}{8\pi E(1 - v)} \times \left[\frac{3 - 4v}{R_{1}} + \frac{8(1 - v)^{2} - (3 - 4v)}{R_{2}} + \frac{(z - c)^{2}}{R_{1}^{3}} + \frac{(3 - 4v)(z + c)^{2} - 2cz}{R_{2}^{3}} + \frac{6cz(z + c)^{2}}{R_{2}^{5}}\right]$$

$$(1)$$

其中:
$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - c)^2}$$
, $R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + c)^2}$
式中: $E_x v$ —— 岩体的弹性模量和泊松比.



图 1 Mindlin 解的计算简图

Fig. 1 Sketch of Mindlin's solution

在孔口处,
$$x = y = z = 0$$
,则式(1)可简化为
 $u_z = \frac{P(1+v)(3-2v)}{2\pi Ec}$ (2)

将拉力型锚杆计算模型简化为半无限空间体 内部某一点受到集中荷载 P 作用(如图 2 所示).



图 2 计算简图 Fig. 2 Calculation model

图 2 中,原点 *o* 点位锚固体始端, *o'* 为锚固体 末端.

*G*点距原点距离为*Z*,如果将*G*点处微段的 剪力作为集中力 d*P*,则:

$$\mathrm{d}P = \left(\int_{0}^{\pi D} \tau \mathrm{d}s\right) \mathrm{d}z = \pi D \tau \mathrm{d}z \tag{3}$$

式中 7 为锚固段剪应力; D 为锚固体直径.

由式(2)和式(3)可知,集中力 dP 在 o 处引 起的位移为:

$$du_{z} = \frac{D\tau(3-2\upsilon)(1+\upsilon)}{2Ez}dz \qquad (4)$$

根据胡克定律,沿锚固体的轴向应变为:

$$\varepsilon_{z} = \frac{1}{E_{a}} [\sigma_{z} - \mu (\sigma_{r} + \sigma_{\theta})]$$
 (5)

式中: E_a —— 为锚固体的换算弹性模量;

μ—— 锚固体的泊松比.

由基本假定(3),有:

$$\sigma = \sigma_r = \sigma_\theta \tag{6}$$

由基本假定(2)可知,锚固体与周围岩土体 之间的界面满足库伦准则,界面产生破坏时的切 应力应不小于剪切破坏面上正应力引起的摩阻力 $\sigma \tan \varphi$ 与岩土体本身抗剪强度 c 之和,此时令粘 结力 c = 0, 有;

$$\tau = \sigma \tan \varphi$$
 (7)

综合式(4)~式(7),根据基本假定(4),可得 变形协调方程:

$$\int_{0}^{l} \frac{1}{E_{a}} \Big[\sigma_{z} - 2\mu \frac{\tau}{\tan \varphi} \Big] dz = \int_{0}^{l} \frac{D\tau (3 - 2\upsilon) (1 + \upsilon)}{2Ez} dz$$
(8)

式中: *l* 为集中力引起的剪应力分布范围. 取锚固体任一微段进行受力分析,如图3 所示. 得平衡方程为: **π***D*² **π***D*²

$$\frac{\pi D^2}{4} \sigma_z - \frac{\pi D^2}{4} (\sigma_z + \mathrm{d}\sigma_z) - \pi D\tau \mathrm{d}z = 0 \ (9)$$









由式(9)得:
$$\frac{D}{4}d\sigma_z + \tau dz = 0$$
(10)

联立以上方程的微分方程:

$$\sigma'_{z} + (K_{1} + \frac{K_{2}}{z})\sigma_{z} = 0$$
 (11)

式中令: $K_1 = \frac{Dv}{2\tan\varphi}, K_2 = \frac{D^2(3-2v)(1+v)E_a}{8E}$

由式(11)求解得方程通解:

$$\ln \sigma_z = -\frac{z}{K_1} + \frac{K_2}{K_1^2} \ln(K_1 z + K_2) + c \quad (12)$$

由边界条件
$$z = 0$$
 时, $\sigma_z = \frac{4P}{\pi D^2}$,得:

$$\sigma_{z} = \frac{4P}{\pi D^{2}} \exp\left[\frac{K_{2}}{K_{1}^{2}} \ln\left(\frac{K_{1}z + K_{2}}{K_{2}} - \frac{z}{K_{1}}\right] (13)$$

综合式(10)、式(13)得:

$$\tau = \frac{P}{\pi D} \exp\left[\frac{K_2}{K_1^2} \ln\left(\frac{K_1 z + K_2}{K_2}\right) - \frac{z}{K_1}\right] \left(\frac{z}{K_1 z + K_2}\right)$$
(14)

式(13)和式(14)即锚固段的正应力和剪应 力分布方程.从式(13)和式(14)中可知,对正应 力和剪应力可能产生影响的因素有预张拉力、锚 固体孔径,弹性模量 *E*_a/*E* 比、岩土体泊松比等. 后面分别会对各因素进行理论分析.

2 算例分析

假定锚固体弹性模量为 $E_a = 2.1 \times 10^5$ MP、泊 松比 v = 0.2 MP;岩土体弹性模量 $E = 5 \times 10^3$ MP、 泊松比 $\mu = 0.3$ MP;锚杆直径 $\varphi = 25$ mm;锚固体 与岩土体之间界面的摩擦角 $\varphi = 30^\circ$;锚杆的抗拔 力 P = 117.8 kN.可分别求出锚固段剪应力与轴向 正应力的分布,如图 4、图 5 所示.

根据图4、图5分析,可以看出拉力型锚杆受 力状况具有以下特性:



图4 锚固段黏结应力分布曲线

Fig. 4 Distribution of shear stress on bonded length



图 5 抽回权正应力分布曲线

Fig. 5 Distribution of normal stress on bonded length

1)在张拉端口处,锚杆所受粘结应力为零, 端口以下切应力迅速增大并达到最大值.

2) 在端口处, 锚杆所受轴应力最大, 并且沿 着杆长的方向逐渐减少, 趋向于零.

3) 在切应力达到最大值后, 切应力急剧的降低, 并且达到零值.

4)轴应力和切应力主要分布在端口附近,在 远离端口部位,基本不受力的影响.

3 锚固段应力分布的影响因素

3.1 张拉力 P 的影响

假定对锚杆施加不同的拉伸荷载,其值分别 为80、100、120、140 kN,而其他的参数与算例中相 同,根据式(13)与式(14)可绘出在不同张拉力下 的拉力型锚杆锚固段切应力、轴应力的分布曲线, 如图6、图7所示.

从图 6 中可以看出,随着预张拉力的增加,锚 固段的切应力峰值不断增大,这说明提高预应力 能有效的增强锚杆锚固的作用效果.不同的荷载 级别作用下界面上的切应力峰值所影响的锚固深 度基本是一致的,而且不会随荷载变化而变化.



图 6 不同张拉力下锚固段切应力的分布

Fig. 6 Principles of shear stress on various tension



Fig. 7 Principles of normal stress on various tension

从图 7 中可以看出,随着荷载的加大,轴应力 最大值也不断增大,锚固段注浆体处于受拉状态, 锚固段轴应力越大,容易造成注浆体达到极限强 度而导致受拉破坏.跟剪应力一样,不同的荷载级 别作用下界面上的切应力峰值所对应的锚固深度 是一致的,并不随荷载变化而变化.

3.2 弹性模量 E_a/E 的影响

图 8 和图 9 分别是在不同弹性模量比值下锚 固段切应力和轴应力的分布情况.







Fig. 9 Principles of normal stress on various E_a/E

*E_a/E*比值是锚固体换算弹性模量与岩土体 弹性模量的比,该比值越大,说明相对于锚杆,周 围岩土体越软.图8可以看出,当锚固体材料一定 时,外界岩体的弹性模量越大,岩体越坚硬,锚固 段切应力分布范围越小,峰值越大;岩体越松软, 这时切应力的分布范围越大,但峰值就越小.随着 岩体弹性模量的减少,粘结应力值不断降低,但其 分布范围会增大些,向锚固远端延伸.

分析图9,可以看出,岩体越坚硬,轴应力值 越小,岩体越松软,轴应力值越大,且轴力峰值和 位置基本上保持不变.

3.3 孔径 D 的影响

不同孔径下锚固段切应力和轴应力的分布分 别见图 10 和图 11.



图 10 不同的 D 值锚固段切应力分布图 Fig. 10 Principles of shear stress on various D

从图 10 可见,随着锚杆的直径越大,锚固体 与外界岩体界面的切应力分布越平滑,切应力峰 值也越小.

图 11 分析可得,随着孔径的增大,锚固段轴 应力分布分布越平滑,轴应力值也越小.



图 11 不同的 D 值锚固段轴应力分布图 Fig. 11 Principles of normal stress on various D

3.4 岩土体泊松比μ的影响

通过分析,得出岩土体的泊松比对锚杆锚固 段影响非常小,基本可以忽略不计.

4 结 论

1) 根据弹性理论 Mindlin 解, 推导出拉力型

锚杆锚固段的粘结应力和轴应力分布的方程,并 分析拉力锚杆的受力特点,为拉力型锚杆的应用 提供了进一步研究.

2)通过上文中对岩土几个相关参数对锚固 应力分布的影响的分析,其中影响较大的是弹性 模量 *E_a/E* 比值,预张拉力以及锚杆直径,而岩土 体泊松比几乎不产生影响.

参考文献:

- [1] 尤春安. 全长粘结式锚杆的受力分析[J]. 岩石力学 与工程学报,2000,19(3):339-341.
- [2] 程良奎. 岩土锚固研究与新进展[J]. 岩石力学与工 程学报,2005,24(21):3803-3881.
- [3] 张健超,贺建清,蒋鑫.基于 Kelvin 解的拉力型锚杆锚 固段的受力分析[J].矿冶工程,2012,32(4):16-19.
- [4] 杜润泽,明世祥,潘贵豪,等.全长粘结式锚杆锚固性 能试验研究[J].煤炭工程,2009(1):74-76.
- [5] 尤春安. 锚固系统应力传递机理理论及应用研究 [D]. 泰安:山东科技大学,2004.