

二维弹性锥形血管模型的有限元分析及数值模拟

曹长永,王礼广*,邓阳君

(南华大学 数理学院,湖南 衡阳 421001)

摘要:通过运用任意拉格朗日—欧拉方法(ALE方法),能够对二维下的弹性条件下的锥形血管中的速度场和压力场进行分析.假设血管的锥度角为小锥度角,来获得血液在血管内流动的速度、压力分布,并与无锥度角的血管和刚性条件下的血管内的血液流动情况作比较.结论:血液在血管内的流动的速度分布和压力分布与血管的弹性性质无关,但和锥度角的大小有关系.锥度角越大,那么压力变化的幅值就越大,径向速度变化越显著,却又不会影响径向速度分布的最大值位置.

关键词:弹性;锥度角;血液流动;ALE方法

中图分类号:R311

文献标识码:A

Finite Element Analysis and Numerical Simulation of an Elastic Tapered Vessel Model in Two Dimensions

CAO Chang-yong, WANG Li-guang*, DENG Yang-jun

(School of Mathematics and Physics, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

Abstract: The arbitrary Lagrange-Euler method is used to analyse the velocity field and the pressure field of an elastic tapered vessel in two dimensions. Under the assumption of small taper angle the effects of blood flow in elastic vessels on the velocity and pressure distribution are obtained, and then these are compared between no taper angle of blood vessels and rigid blood vessels. The simulation results show that the velocity distribution and pressure distribution of blood flow have nothing to do with the elastic properties of blood vessels, but have relationships with the size of tapered angle. When tapered angle becomes larger, the pressure change of the amplitude becomes greater and the radial velocity change of the amplitude becomes more and more significant, but does not affect the position of the maximum radial velocity distribution.

key words: elastic vessel; tapered angle; blood flow; ALE method

收稿日期:2013-05-28

作者简介:曹长永(1988-),男,安徽淮南人,南华大学数理学院硕士研究生.主要研究方向:偏微分方程数值解.

* 通讯作者.

0 引言

在人们的生活中,心脑血管疾病已经成为对人的身体健康的威胁最大的疾病之一.它比较容易发生在一些特殊的血管部位,像血管的狭窄部位、血管的锥缩式、血管的分岔部位和血管的弯曲部位等等.这些很容易引发疾病的血管部位与它们的血流速度和血液受到血管壁的压力等因素有关.考虑到血管锥度角的实际存在性,则会使血管内的血液流动问题更加复杂化.所以说很有必要对锥缩式的血管内的血液的流动情况进行一些研究.现而今国内外对含有锥度角的血管问题的研究已经产生了不少的结论.像 Black 和 How^[1]在研究人造的血管形成的流场的扰动时,就发现有一定的锥度角的人造的血管的流场就比那些没有锥度角的圆直的血管的流场扰动弱得多.秦婵和 Hwang^[2]就在定常的情况下研究了含有锥度角的血管的发展流动问题,得到了锥度角对血管的发展流动具有很大的影响.何凡等人^[3]对血液与血管壁的流固耦合的物理运动也作了详细的介绍.赵一博^[4]和吁锤^[5]分别就狭窄动脉血管模型和二维弹性分岔血管模型进行了 ALE 方法的分析.

然而在以上的血液的动力学的研究当中,或者考虑的是关于刚性的血管壁面,没有考虑到弹性的血管壁面条件,或者考虑到对狭窄、分岔的血管模型进行 ALE 方法分析,很少将弹性的血管壁面条件和血管的锥度角影响联系起来.所以,本文就将弹性的血管壁面和血管自身所特有的锥度角影响联系起来,在一个心动周期内,观测了解血液在血管内的速度分布情况和压力分布情况.

本文通过使用工程力学上的大型经典软件 ANSYS,在数学的问题上利用任意拉格朗日—欧拉方法,对在二维情况下的弹性条件下的锥形血管模型的数值分析的结果进行数据处理,并且与无锥度角的血管模型内的血液流动情况及刚性的血管模型内的血液流动情况相比较,将血管内的血液流动情况的相关参数和数据的结果视图化,展示在这两种血管壁面性质不同的血管模型中,血流动力学的一些相关物理参数的变化的规律,为临床上的诊断提供一些理论和实验上的依据.

1 数学模型

为了方便的考虑相关的问题,进行一些理想化的条件的设定.假设血液为粘性的不可压缩的牛顿流体,假设血管为弹性的轴对称的薄壁的圆

锥型的直血管而且没有滑移.血液在血管内的流动性质是属于轴对称的层流性质.这样,就能用不可压缩 Navier-Stokes 方程和连续性方程来描述血液在血管中流动的流体情况:

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \nabla U \right) = -\nabla p + \nabla T \\ \nabla \cdot U = 0 \end{cases}$$

当运用数学上的 ALE 方法时,那么描述血液在血管内的流动的流体情况的不可压缩 Navier-Stokes 方程和连续性方程就能够转化为:

$$\begin{cases} \rho \left[\frac{\partial U}{\partial t} + (U - U_g) \cdot \nabla U \right] = -\nabla p + \nabla T \\ \nabla \cdot U = 0 \end{cases}$$

这里 ρ 表示的是血液的密度, t 表示的是时间, U 表示的是速度矢量, p 表示的是压力, T 表示的是应力张量, U_g 表示的是网格移动速度大小.由流体力学知识可知:

$$T = 2\mu(\dot{\gamma})D \tag{1}$$

$$D = \frac{1}{2}(\nabla U + \nabla U^T) \tag{2}$$

其中 μ 表示的是血液的动力粘度系数, $\dot{\gamma}$ 表示的是剪切率.

另外血管壁模型的控制方程表示形式如下:

$$\nabla \cdot \sigma_{ij} = \rho_s a_s \tag{3}$$

这里 σ_{ij} 表示的是血管壁的应力张量; a_s 表示的是血管壁的加速度; ρ_s 表示的是血管壁的密度.

当流体和固体之间发生耦合作用时,流体和固体之间的接触面就需要给予具体细致化关注.流体和固体就会通过它们之间的接触面来传递位移和速度等.在流体和固体之间的接触面上就应当满足以下几个条件:

$$\begin{cases} d_s = d \\ \sigma_{ij} \cdot n_s = T \cdot n \\ U_s = U \end{cases} \tag{4}$$

这其中带有下标 s 的表示的是血管壁的物理量; n 表示的是边界法向; d 表示的是位移.

在 ANSYS 软件中,需要的边界条件有以下几个:

1) 固壁粘附条件:

$$U = 0; \tag{5}$$

2) 入口速度

$$U = U(t); \tag{6}$$

3) 出口压力方程^[6]为:

$$-p + \mu \frac{\partial U}{\partial n} = \tau_n; \tag{7}$$

其中 τ_n 表示的是应力, n 表示的是在光滑边界条件下的单位外法向量, $\frac{\partial U}{\partial n} = 0$.

2 数值模拟及方法

在流体力学中有两种描述流体运动的方法. 一种是欧拉方法, 它强调固定网格来观察物理量的分布情况; 另一种是拉格朗日方法, 它强调跟踪质点来观察物理量的分布情况. ALE 方法就是对这两种方法的综合. ALE 方法的基本思想就是: 所采用的计算网格不再局限于固定化, 也不再依赖于跟踪流体的质点, 而是相对于坐标系可以作任意的运动.

根据人体的生理解剖结构, 人体的动脉血管的锥度角大约是 $\theta = 1^\circ$ 左右. 故本文选择的是二维数值计算的几何模型^[7], 如图 1 所示. 图中锥形的动脉血管的入口内径 $R_1 = 0.01\text{ m}$, 出口内径 $R_2 = 0.006\,51\text{ m}$, 血管的计算长度 $L = 0.1\text{ m}$, 锥度角 $\theta = 1^\circ$. 计算采用二维笛卡尔坐标系. 坐标原点取在血管入口处的截面中心处. X 轴的轴向是沿血管的血液流动前进方向.

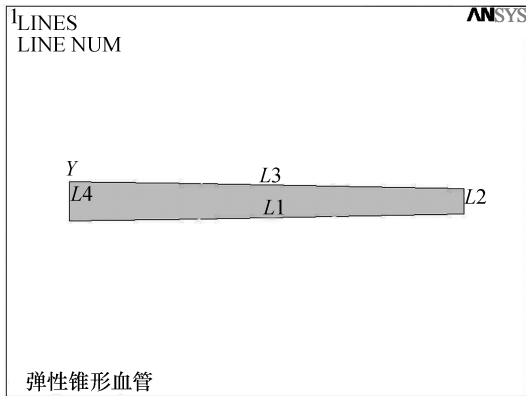


图 1 锥形血管模型
Fig.1 The tapered vessel model

血液的流动问题的计算通常包括计算压力和速度等. 可在“千克·米·秒”的国际单位制下描述血液的流动问题. 取一个心动周期 $T = 0.8\text{ s}$, 其中心缩期占 $T_1 = 0.3\text{ s}$, 心舒期占 $T_2 = 0.5\text{ s}$. 血液的密度 $\rho = 1.056 \times 10^3\text{ kg/m}^3$, 血液的动力粘性系数 $\mu = 0.004\text{ kg/ms}$. 可将心动周期分为 8 小段, 将每一小段的速度当成一个常数, 对于边界条件可以采用分布载荷的方式施加载荷步, 入口速度分布图为图 2. 出口的相对压力为 0, 人体内的压力为 $13\,339\text{ Pa}$. 初始速度和压力设为 0. 由公式

$Re = \rho UR_1/\mu$, 可知雷诺系数 Re 小于 2 300, 所以可知血液的流动为层流运动.

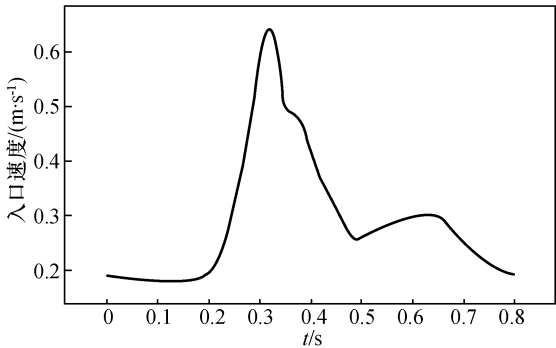


图 2 入口速度波形
Fig.2 The inlet velocity waveform

网格划分: 在二维条件下, 为方便处理数据, 可采用智能型划分网格的方法, 结果如图 3 所示.

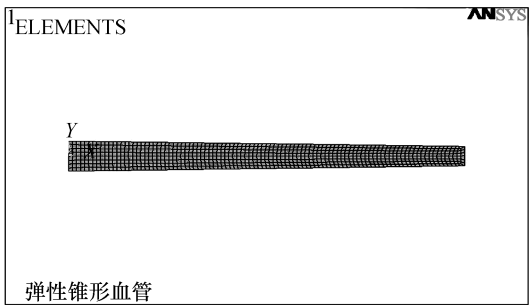


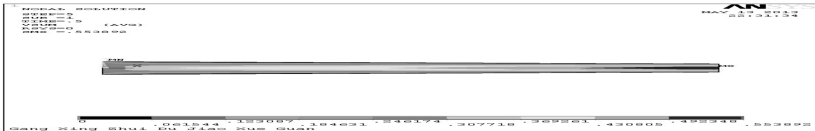
图 3 锥形血管智能型网格
Fig.3 The smart grid of tapered vessel model

计算控制: 时间步长可取 $\Delta t = 0.1\text{ s}$, 对压力和速度施加了迭代因子取 0.5, 并且对每个载荷步的迭代次数都迭代 100 次, 迭代效果满足收敛性和稳定性.

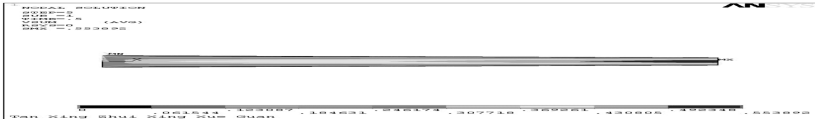
3 计算结果与分析

血液在血管内流动的数值模拟的可视化结果为科学计算提供了大量的数据, 这里只列出两种血管模型的少部分的数值模拟的速度和压力的变化结果. 如图 4 分别列出了刚性条件下的锥度角为 $\theta = 1^\circ$ 的血管和弹性条件下的锥度角为 $\theta = 1^\circ$ 的血管在 0.5 s , 0.8 s 时的血液流动的速度分布图; 图 5 分别列出了刚性条件下的锥度角为 $\theta = 1^\circ$ 的血管和弹性条件下的锥度角为 $\theta = 1^\circ$ 的血管在 0.5 s , 0.8 s 时的血液流动的压力分布图; 图 6 分别列出了在不同的锥度角 θ 大小条件下的血液流动的压

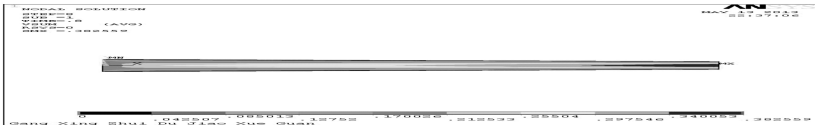
力分布图;图 7 分别列出了在不同的锥度角 θ 大小 条件下的血液流动的径向速度分布图.



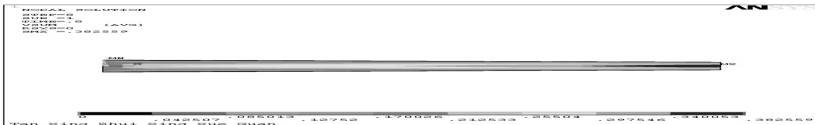
刚性血管，第0.5 s时的速度分布



弹性血管，第0.5 s时的速度分布

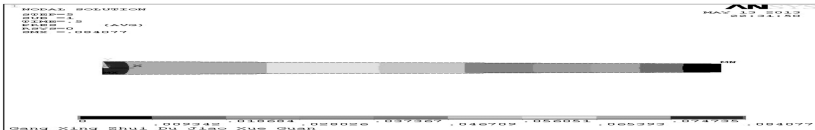


刚性血管，第0.8 s时的速度分布

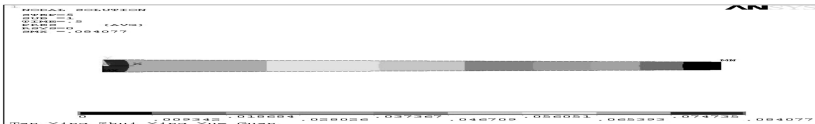


弹性血管，第0.8 s时的速度分布

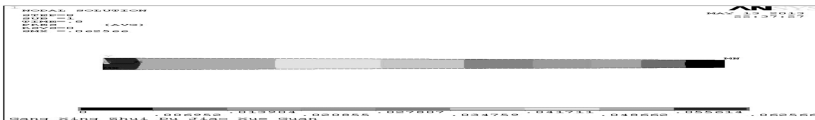
图 4 血流速度分布图
Fig. 4 The velocity distribution of blood flow



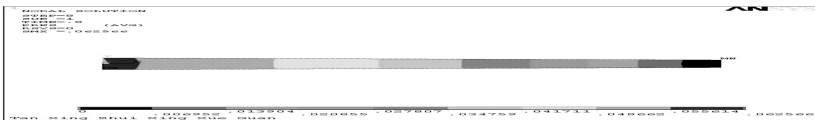
刚性血管，第0.5 s时的压力分布



弹性血管，第0.5 s时的压力分布

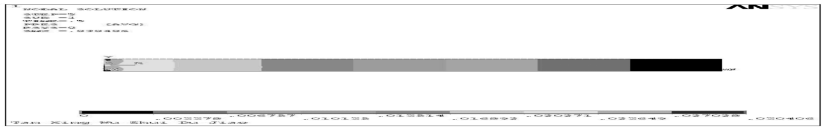


刚性血管，第0.8 s时的压力分布

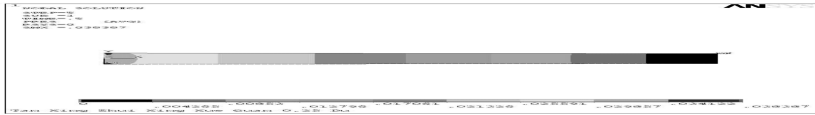


弹性血管，第0.8 s时的压力分布

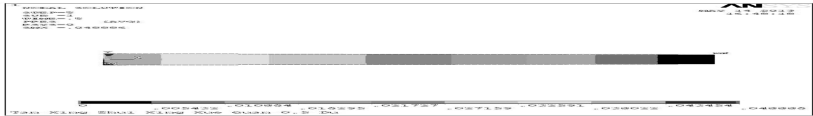
图 5 血流压力分布图
Fig. 5 The pressure distribution of blood flow



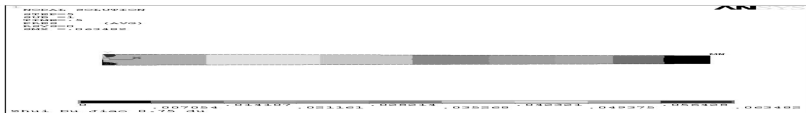
锥度角 θ 为 0° ，血管第0.5 s时的压力分布



锥度角 θ 为 0.25° ，血管第0.5 s时的压力分布



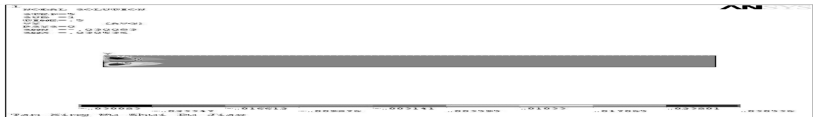
锥度角 θ 为 0.5° ，血管第0.5 s时的压力分布



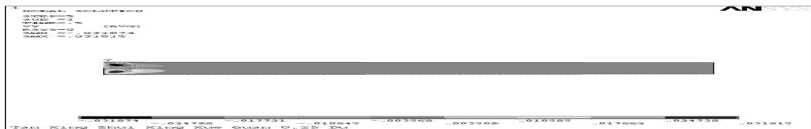
锥度角 θ 为 0.75° ，血管第0.5 s时的压力分布

图 6 不同锥度角下压力分布图

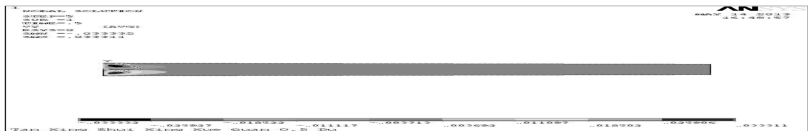
Fig. 6 The pressure distribution under different tapered angle



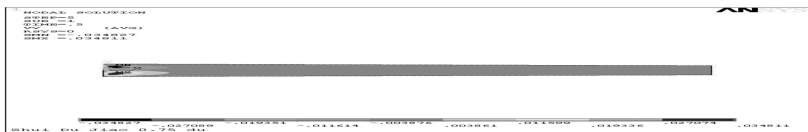
锥度角 θ 为 0° ，血管第0.5 s径向速度分布



锥度角 θ 为 0.25° ，血管第0.5 s径向速度分布



锥度角 θ 为 0.5° ，血管第0.5 s径向速度分布



锥度角 θ 为 0.75° ，血管第0.5 s径向速度分布

图 7 不同锥度角下径向速度分布图

Fig. 7 The radial velocity distribution under different tapered angle

根据图4和图5的分析可以知道,在血管的刚性性质条件下和血管的弹性性质条件下,血液在血管内的速度和压力变化情况保持一致。因此血管的弹性性质和血液在血管内流动的速度分布,压力分布无关。再考虑当锥度角 θ 大小发生变化时,根据图6和图7的分析可以知道,当锥度角 θ 越大时,压力变化的幅值也就越大;径向速度 v_r 的幅值变化也就越显著,但同时却并不影响径向速度 v_r 的分布的最大位置。因此,当血管中处于不同的锥度角 θ 大小时,血管内的血液流动的变化情况很明显,这样就很容易对人体的生理机能产生影响,在研究心脑血管的发病机理时更加的值得关注。

4 结 语

考虑在二维下的弹性的血管壁面条件下的锥形血管内的血液的流动情况,比较弹性条件和刚性条件下的锥形血管内的血液流动情况。再考虑比较在不同的锥度角条件下,锥形血管内的血液流动情况。本文的结论与诸多学者^[8-12]的研究结果相吻合,也更能反映出人体的动脉血管内血液流动的真实情况。考虑到实际的血管都有锥度角,虽然角度很小,但是它却有确确实实的影响和作用,不可忽略。

参考文献:

- [1] Black A R, How T V. Attenuation of flow disturbances in tapered arterial grafts[J]. J Biomechanical Engineering, Trans of The ASME, 1989, 111: 303.
- [2] 秦婵, Ned H. C. Hwang. 锥形血管中的血液流动[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 1990, 18(1): 35-41.
- [3] 何凡, 李晓阳. 血液与动脉壁的流固耦合研究[J]. 医用生物力学, 2008, 23(5): 405-410.
- [4] 赵一博, 王礼广. 狭窄动脉血管中血液流动的ALE有限元分析[J]. 湖南工业大学学报, 2010, 24(3): 25-29.
- [5] 吁锤, 王礼广. 弹性血管二维分岔模型的有限元分析及数值模拟[J]. 湘南学院学报, 2012, 23(2): 23-27.
- [6] 王福军. 计算流体力学分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [7] 邱霖, 范毅方, 董兵超, 等. 锥形血管内血液脉动流的数值模拟[J]. 生物医学工程学杂志, 2004, 21(4): 555-561.
- [8] 岑人经, 秦婵, 谭哲东. 锥形血管入口区域内管壁与血液的耦合运动[J]. 应用数学和力学, 1995, 16(1): 15-22.
- [9] 岑人经, 岑鸿飞, 黄岳山, 等. 锥度角对非定常的动脉血流的压力分布的影响[J]. 生物医学工程研究, 2004, 23(1): 1-3.
- [10] Tura A, Cavalcanti S. Numerical simulation of flow oscillations in stenotic arterial segment[J]. Computers in Biology and Medicine, 2001, 31(2): 113-131.
- [11] Yang X L, Liu Y, Yang J M. Fluid-structure interaction in a pulmonary arterial bifurcation[J]. Journal of Biomechanics, 2007, 40(12): 2694-2699.
- [12] Qiao A, Liu Y J. Medical application oriented blood flow simulation[J]. Clinical Biomechanics, 2008, 23(suppl1): 130-136.