文章编号:1673-0062(2013)03-0051-05

基于分布式流的复杂网络上边级联失效

丁 琳^{1,2},胡义香¹

(1. 南华大学 计算机科学与技术学院,湖南 衡阳 421001;2. 青岛大学 复杂性科学研究所,山东 青岛 266071)

摘 要:考虑现实网络中流的分布式传输方式和边的负载 - 容量关系,提出了一个带有可调权重参数的边级联失效模型.依据新的度量网络鲁棒性指标,探讨了两种典型复杂网络由蓄意边攻击而引发的级联失效行为.仿真结果表明,存在最优参数值使得网络达到最强抵制边级联失效的鲁棒性,能够显著降低灾害动力学发生的可能性.而且,网络的拓扑结构和平均度均对网络鲁棒性产生了影响.
 关键词:级联失效;分布式流;复杂网络;鲁棒性
 中图分类号:TP393 文献标识码:B

Edge Cascading Failures on Complex Networks Based on Distributed Flow

DING Lin^{1,2}, HU Yi-xiang¹

(1. School of Computer Science and Technology, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China; 2. Institute of Complexity Science, Qingdao University, Qingdao, Shandong 266071, China)

Abstract: Considering distributed transmission mode of flow and load-capacity relation for edges in real networks, an edge cascading failures model with a tunable weight parameter is proposed. According to new measures to the robustness of a network, cascading failures triggered by intentional edge attacks on two typical complex networks are investigated. The simulation results show the existence of optimal parameter value corresponding to the strongest robustness achievement for the networks against edge cascading failures, reducing significantly the likelihood of the occurrence of catastrophic dynamics. Furthermore, topological structure and average degree of the networks all have effect on the network robustness. **key words**: cascading failures; distributed flow; complex networks; robustness

收稿日期:2013-04-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61104075);衡阳市科技局基金资助项目(2011KG61)

作者简介:丁 琳(1981-),女,湖南桃江人,南华大学计算机科学与技术学院讲师,博士研究生.主要研究方向:复 杂网络,网络安全等.

0 引 言

级联失效普遍发生在现代社会非常依赖的许 多复杂网络系统中,例如通信网、交通网、供水网、 供气网等等.在这些网络中,由于流动力学和网络 拓扑之间的复杂作用,非常局域的随机故障或攻 击通过级联机制,就可能对整个网络产生较大影 响,甚至导致网络的全局崩溃.例如 2003 年 8 月 的北美大停电、2006 年 12 月亚太地区的 Internet 大面积瘫痪等的灾害就是级联失效现象的有力佐 证^[1].为了阻止此类灾害动力学的发生,对复杂 网络上级联失效的研究就显得非常重要且迫切.

复杂网络上级联失效的许多方面得到了广泛的研究^[2].为了探究加权特征和级联失效之间的关系,近年来加权复杂网络上的级联失效成为研究热点.文献[3]以流总是沿节点间加权的最短路径传输,即加权最短路径流为前提,探讨了加权无标度网络上节点的级联失效.文献[4-7]基于加权流局域重新分配原则,探讨了不同加权网络上边(或节点)的级联失效.这些研究均发现了在某个特定的权重强度下,网络达到了最强抵制级联失效的鲁棒性.

网络上的级联失效行为与流动力学密切相 关,不同于上述两类流的动力学机制,本文考虑以 自然定律所决定的流量模型来建模现实网络中普 遍存在的分布式流,如电力网中的电流,供水网中 的水流,通信网中的信息流等.这一思想启发于文 献[8]中,该文献的作者建议使用分布式流来探 讨流的优化和级联失效.在此基础上,使用更符合 实际网络的负载 – 容量关系,提出了一个新的边 级联失效模型.以一对边的容量参数的临界值作 为度量网络抵制边级联失效鲁棒性的新指标,在 两种典型复杂网络上研究了由蓄意边攻击而引发 的级联失效行为,重点分析了模型中的权重参数 与网络鲁棒性之间的相关性,发现了分布式流下, 网络在不加权时反而达到了最强抵制边级联失效 最强的鲁棒性.

1 级联失效模型

对于一个含有 N 个节点和 M 条边的网络,考 虑流量通过不同边的"困难程度",给网络中的每 条边赋一个权值 w_{ij}.具体来说,它可以表示电网 中输电线的电导系数,供水网中管道的横断面面 积,通信网中传输介质的带宽等.不失一般性^[34], 定义 $w_{ij} = A_{ij}(k_ik_j)^{\theta}$,其中 $k_i \ \pi k_j \ \beta$ 别是节点 $i \ \pi i$ j的度, θ 是可调的权重参数,A是网络的邻接矩 阵.采用这种加权方案,一方面符合现实世界中加 权网络的实证研究,这里边的权重遵循相似的规 律^[4],另一方面它提供了一个便捷的途径来探讨 以 θ 作为控制参数的拓扑性的有偏好的流.通过 调节参数 θ 就可以调节网络上流的传输路径.当 θ 值为正时,流倾向于通过网络中的大度(中心) 节点,为负时则尽量规避中心节点.而当 $\theta = 0$ 时, 所有边的权值相等,这时的网络是无权网络,流通 过程则纯粹受网络拓扑的影响.

在复杂网络研究中,电阻网络已经被用于探 讨电气网络和其它类型的网络,如通信网络和社 会网络等的结构和动力学特性.电阻网络中的流 在最高势节点(源节点)和最低势节点(目的节 点)之间按所有可能的路径传输.并且,相比于长 路径,更多的流会选择短路径路由,因为短路径具 有较小电阻.因此,它提供了最简单的分布式流模 型.为此,本模型将上述加权网络看成是电阻网 络,进而可以利用自然定律得到分布式流下边的 负载.

1.1 边的负载

在网络中,如果从源节点 *s* 发送 1 单位流到 目的节点 *t*,对于通过任意节点 *i* 的流,需遵循欧 姆定律和基尔霍夫定律:

$$\sum_{i=1}^{n} w_{ij} (P_i - P_j) = \delta_{is} - \delta_{it}, \qquad (1)$$

其中, P_i 和 P_j 可以表示各种物理量,如电网中的 电压,供水网中的水压,Internet 中的通信量等.因 为加权网络的拉普拉斯矩阵 $L_{ij} = \delta_{ij}w_i - w_{ij}$,其中 $w_i = \sum_{l=1}^{N} w_{il}$,所以可以将线性方程(1)的系统,即

$$\sum_{j=1}^{N} L_{ij} P_j = \delta_{is} - \delta_{il}, \qquad (2)$$

变换为矩阵方程,即

$$LP = 1 \tag{3}$$

显然,当*i*≠*s*,*t*,*I_i*的值为0.如果选择的基准电位 是平均电压,则令 $\hat{P}_i = P_i - \langle P \rangle$,其中 $\langle P \rangle =$ (1/N) $\sum_{l=1}^{N_v} P_{ij}$.对每个节点*i*,可以得到 $\hat{P}_i = (GI)_i = \sum_{j=1}^{N} G_{ij}(\delta_{js} - \delta_{ji}) = (G_{is} - G_{ii}),$ (4)

其中, G为L的伪逆矩阵.因此,可以得到通过任意边的流量, 即

$$f_{ij}^{st} = w_{ij}(P_i - P_j) = w_{ij}(G_{is} - G_{it} - G_{js} + G_{jt}),$$
(5)

上面考虑的是一个给定源/目的节点对下,1 单位流进入/离开网络时流的分布情况.在本模型 中,假设每个时间步,网络中任意两个节点间都以 这种分布式方式交换一单位的流,则通过任意一 条边的流给出了边的电流介数:

$$F_{ij} = \sum_{s \neq t} f_{ij}^{st}.$$
 (6)

该数量合适地捕捉了分布式方式下通过边的累积 流量,因此我们把F_{ii}定义为边ij的负载.

一条边的容量(或阈值)是该边所能承受的 最大负载. 在以往级联模型中,边容量一般定义为 正比于其初始负载^[45]. 但近来的实证研究表 明^[9],实际网络化系统的负载和容量并非呈这种 简单的线性关系. 基于此,本文定义边 *ij* 的容量 *C*_i和其初始负载 *F*_i的关系为:

 $C_{ij} = \alpha + \beta F_{ij}$. 其中, $\alpha \ge 0$ 和 $\beta \ge 0$ 是阈值参数.

1.2 边的级联失效过程

正常情况下,网络运行于一种自由流状态.假 定潜在的级联失效动力学是由边的攻击引发.由 于攻击最大负载边最有可能引发全局级联失效. 因此本文考虑移除单条最大负载边的攻击类型, 此边的失效会明显影响网络中流的分布. 一些边 的负载可能超过其容量而失效,导致新一轮负载 全局重分布.这个过程反复进行,过载失效逐步传 播. 每当有更多边失效而被移除时. 就要计算边的 负载. 当不再有边的负载超过其容量时,级联过程 结束. 很明显,当边的容量,即阈值参数 α 和 β 足 够大时,攻击引发的负载重分布不可能导致级联 失效.因此,随着 α 和 β 的减少,存在临界阈值 α . (对于固定的 β)和 β_{α} (对于固定的 α). 当 α 和 β 分别小于它们时,网络从自由流态变为级联态,边 的级联失效发生.本文提出一对新的度量指标,即 α_{α} 和 β_{α} 来测度网络抵制边级联失效的鲁棒性,它 们表示了保护网络避免边级联失效的最小成本. 因此, α , 和 β , 值越小, 网络抵制由蓄意边攻击引 发的级联失效的鲁棒性越强.在下文中将主要聚 焦于权重参数 θ 对由 α_{α} 和 β_{α} 度量的网络鲁棒性 的影响.

2 模型仿真与分析

根据所提出的级联失效模型,一个用来确定 级联失效发生的简单而有效的方法是检查最大负 载的边移除后的流的重新分布. 当对边的攻击发 生后,边 *ij* 的负载从 F_{ij} 变为 F'_{ij} . 当边 *ij* 的 $F'_{ij} > C_{ij} = \alpha + \beta F_{ij}$,级联失效发生. 对于固定的 β 值,应 满足所有 *ij* 的 $F'_{ij} - \beta F_{ij} < \alpha$ 来避免级联失效. 因 此,避免级联失效发生的临界阈值 α_e 和 β_e ,可以 通过以下方程确定:

$$\alpha_{c} = \max(F'_{ij} - \beta F_{ij} | ij = 1, 2 \cdots M),$$

$$\beta_{c} = \max[(F'_{ij} - \alpha) / F_{ij} | ij = 1, 2 \cdots M],$$
(9)

由于网络的拓扑结构对研究其动力学行为中 起到了重要作用,因此本文主要考虑在目前最常 被研究的两种典型的复杂网络:Barabasi-Albert (BA)无标度网络^[10]和 Erdos-Renyi(ER)随机网 络^[10]上仿真研究所提出的级联失效模型.如没有 特殊说明,BA 和 ER 网络上的每一个仿真结果都 是在 40 个不同网络实例上的平均结果.

图 1 和图 2 显示了 BA 和 ER 网络上边的临 界阈值 α_e 与 β_e 权重参数 θ 之间的关系. 可以看 到,对于给定的 θ ,两种网络的平均度 < k > 越大, 其 α_e 和 β_e 就都越小. 因此, α_e 和 β_e 与网络的平 均度 <k > 是负相关的. 这种现象可以解释为: 网 络的平均度越大,网络中就拥有更多的其它边分 担由最大负载边失效所带来的额外负载,使得这 些边的负载增加量相对变小,从而所需的容量越 小,即 α_e 和 β_e 越小,也就表明了网络抵制边级联 失效的鲁棒性越强. 网络的鲁棒性与平均度正相关 的结果对实际的网络系统设计具有理论指导意义.



图 1 BA 网络上边的 a α_c (对于固定的 $\beta = 1$) 和 b β_c (对于固定的 $\alpha = 1$) 与 θ 之间的关系. N = 500. Fig. 1 For BA networks, a α_c (for fixed $\beta = 1$) and b β_c (for fixed $\alpha = 1$) vs θ of edges. N = 500



and b β_c (for fixed $\alpha = 1$) vs θ of edges. N = 500

而且,对于具有不同 < k > 的 BA(图1)和 ER 网络(图2),随着 θ 的增加, α_e 和 β_e 都先变小再 变大,存在相同的最优参数 $\theta = \overline{\theta} \approx 0$ 使得 α_e 和 β_e 同时达到最小,表明具有不同平均度的两种网络 在不加权时都达到了抵制边级联失效的最强鲁棒 性.为了理解这种现象,下面对不同 θ 时网络边的 初始负载进行了分析.

图 3 显示了与图 1 相同的 BA 网络和与图 2 相同的 ER 网络上边的最大负载 F_m 与 θ 之间的 关系. 可以看到,两种网络边的 F_m 对于 θ 分别展 现了与图1和图2相似的行为.特别是,F_m在最 优值处 $\overline{\theta}$ 达到最小.图4给出了不同时一个标准 的 BA 和 ER 网络的边负载分布,其中 order 是将 边的负载按降序排列时的序列号. 从图 4a 中可以 看到,随着 θ 的逐渐减小,BA网络的边负载分布 的异质性先减弱再增强,且注意到,当 $\theta = \overline{\theta}$ 时,边 上具有最均匀的负载分布.在 ER 网络中(图 4b),最均匀的负载分布同样出现在 $\theta = \overline{\theta}$. 基于这 些结果,从图1和图2中所观察到的现象就可以 解释为:当 $\theta = \overline{\theta}$ 时,两种不同网络都具有最均匀 的负载分布,最大负载边承载的负载最小,这样的 边的失效给网络带来的额外负载最小,吸收了额 外负载的其它边的负载相对于原有负载的增加量 并不显著,从而使得 α_{α} 和 β_{α} 最小.

这证实了文献[1,3]的研究结果,即网络的 负载分布越均匀,抵制级联失效的鲁棒性也就越 强.同时表明了,在给这两种网络设计抵制边级联 失效的保护策略时,不应过多考虑权重方案.这不 同于文献[3-7]的研究结果,主要是本文所考虑的 流动力学机制是不一样的.此外,从仿真结果还发 现,当 $\theta = \overline{\theta}$ 时,相比于 ER 网络,BA 网络的 α_e 和 β_e 更小.以规模 N = 500 的网络为例,BA 网络的 $\alpha_e = 60.50$, $\beta_e = 1.05$;而 ER 的 $\alpha_e = 123.15$, $\beta_e = 1.09$.这表明度分布异质的 BA 网络的鲁棒性反 而能强于同质的 ER 网络,这不同于以往很多关 于节点级联失效的研究情况^[1].这个结果源自于 当 $\theta = \overline{\theta}$ 时,相比于 ER 网络,BA 网络的边上具有 更均匀的负载分布,从图 3 可以看到,BA 网络边 上的 F_m 更小,因此 BA 网络抵制边级联失效的鲁 棒性自然就更强.



different θ . N = 500, $\langle k \rangle = 10$.

3 结 论

当高负载边遭受蓄意攻击,复杂网络可能会 经历一种全局过载故障的级联而使其丧失正常功 能.本文考虑流的分布式传输方式,在此基础上, 使用更接近实际情况的负载 – 容量关系,提出了 一个新的带有可调参数的级联失效模型.探讨了 两种不同网络,即 BA 无标度网络和 ER 随机网络 上边的级联失效行为.依据新的度量网络抵制边 级联失效鲁棒性的指标,即边的一对容量参数的 临界值(这里存在从自由流态到级联态),通过数 值仿真得到了所研究的2种网络达到最强鲁棒性 时的参数值.而且,异质的 BA 网络的鲁棒性要强 于同质的 ER 网络.此外,这2 种网络的鲁棒性要强 与平均度正相关.研究结果可以为解决现实的大 规模网络系统抵制级联失效的鲁棒性问题提供有 价值的参考.

参考文献:

- [1] Motter A E, Lai Y C. Cascade-based attacks on complex networks [J]. Phys. Rev. E, 2002,66(6):065102.
- [2] 丁琳,张嗣瀛.复杂网络上相继故障研究综述[J]. 计

算机科学,2012,39(8):8-13.

- [3] Yang R, Wang W X, Lai Y C, et al. Optimal weighting scheme for suppressing cascades and traffic congestion in complex networks[J]. Phys. Rev. E,2009,79(2):026112.
- [4] Wang W X, Chen G R. Universal robustness characteristic of weighted networks against cascading failure [J]. Phys. Rev. E,2008,77(2):026101.
- [5] Mirzasoleiman B, Babaei M, Jalili M, et al. Cascaded failures in weighted networks [J]. Phys. Rev. E, 2011, 84:046114.
- [6] 王建伟,荣莉莉.基于负载局域择优重新分配原则的复杂网络上的相继故障[J].物理学报,2009,58(6): 3714-3721.
- [7] Ding L, Zhang S Y. Node Weighting Strategies on Weighted Networks against Cascading Failures [J]. Journal of Computational Information Systems, 2012, 8(15):6483-6490.
- [8] Asztalos A, Sreenivasan S, Szymanski B K, et al. Distributed flow optimization and cascading effects in weighted complex networks [J]. Eur. Phys. J. B, 2012, 85:288.
- [9] Kim D H, Motter A E. Resource allocation pattern in infrastructure networks[J]. J. Phys. A, 2008, 41:224019.
- [10] Barabási A-L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286(5439):509-512.