

文章编号:1673-0062(2012)01-0001-04

# 低频 Alfvén 波与等离子体的非共振相互作用

李克华,路兴强,龚学余\*,兰恒,钱新元

(南华大学核科学技术学院,湖南衡阳 421001)

**摘要:**采用单粒子模型,对两支左旋极化低频 Alfvén 波与等离子体的非共振相互作用进行粒子模拟,讨论了三种不同波幅时垂直与平行方向的加热效果,在非共振加热阶段,加热效果与波幅有关,波幅越大效果越好;而经过随机加热后,粒子动力学温度的最大值仅由外加磁场的能量密度与等离子体密度的比值决定与 Alfvén 波幅无关.加热过程中,离子被加速最终获得一个相当于 Alfvén 波相速度大小的流速.

**关键词:**单粒子模型;低频 Alfvén 波;非共振加热;随机加热

**中图分类号:** O53      **文献标识码:** A

## The Non-resonant Interaction of Low-frequency Alfvén Waves and Plasmas

LI Ke-hua, LU Xing-qiang, GONG Xue-yu\*, LAN Heng, QIAN Xin-yuan

(School of Nuclear Science and Technology, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

**Abstract:** In this paper, the non-resonant interaction of the two left-hand polarization low-frequency and plasmas is simulated with a single-particle model. The heating effect of parallel and perpendicular to the background magnetic field direction with the three different amplitudes is mainly discussed. The heating effect has no concern with the amplitude at the non-resonance heating stage, and the heating effect is better with the amplitude increasing. After the stochastic heating, the maximum kinetic temperature of ions has no relevance to the Alfvén wave amplitude, and is only dependent on the ratio of the magnetic field energy density and plasma density. In the heating process, ions are significantly accelerated in the parallel direction, and attain a bulk speed which is roughly equal to the Alfvén wave phase velocity.

**key words:** single-particle model; low-frequency Alfvén; non-resonance heating; stochastic heating

收稿日期:2011-12-09

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(11075073;41104094);国家 973 ITER 专项基金资助项目(2009GB105002);湖南省教育厅基金资助项目(10C1152);博士科研启动基金资助项目(2010XQD30);南华大学校级创新课题基金资助项目(xjkt2010012)

**作者简介:**李克华(1983-),男,湖南邵阳人,南华大学核科学技术学院硕士研究生.主要研究方向:核聚变与等离子体物理.\*通讯作者

## 0 引言

Alfvén 波普遍存在于聚变等离子体和空间等离子的物理环境中. Alfvén 波与带电粒子间的相互作用在等离子体加热过程中起着极其重要的作用. 最近的研究表明, 回旋共振条件不满足时, 低频 Alfvén 波与离子会发生非线性共振相互作用. 在一定的条件下, 这些非线性共振在相空间可能会发生重叠, 进而导致离子的运动出现混沌, 而转为随机加热<sup>[1-6]</sup>.

C. B. Wang, Q. M. Lu 用试探粒子模拟沿背景磁场方向传播的低频 Alfvén 波通过非共振相互作用加热等离子体<sup>[3-4]</sup>, 发现在与背景磁场垂直的方向上等离子体温度增加非常显著, 使等离子体出现温度各向异性, 并验证加热效果与 Alfvén 波的振幅有关. Q. M. Lu, B. Wang 在 Alfvén 波坐标系中, 对多支斜向传播的低频 Alfvén 波与离子的非共振相互作用进行模拟<sup>[5-6]</sup>, 系统的研究了斜向传播的低频 Alfvén 波对等离子体的非共振加热与随机加热之间的关系.

在核聚变装置中, 需要将等离子体加热到足够高的温度, 才能实现高增益的聚变, 如何有效地加热等离子体是实现可控核聚变的关键问题之一. 一般而言, 低频大功率波源要比高频大功率波源更容易实现, 若低频波也能有效地加热等离子体, 那么就相对容易实现对等离子体更好的加热. 因此低频 Alfvén 波与等离子体的非共振相互作用的研究, 对实现可控核聚变具有非常重要的现实意义.

## 1 物理模型

在低  $\beta$  等离子体中, 不考虑带电粒子间的相互碰撞作用, 粒子只受外加磁场与 Alfvén 波电磁场的作用. Alfvén 波沿背景磁场 ( $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{i}_z$ ) 方向传播. 波的色散关系为:  $\omega = kv_A$ , 其中  $\omega, k$  分别为 Alfvén 波的频率和波矢,  $v_A = B_0 / (4\pi n_0 m_i)^{1/2}$  为 Alfvén 波相速度,  $n_0, m_i$  分别是等离子体密度和离子质量. Alfvén 波磁场与电场的矢量可表示为:

$$\delta \mathbf{B}_w = \sum_{k=1}^N B_k [\cos \phi_k \mathbf{i}_x - \sin \phi_k \mathbf{i}_y] \quad (1)$$

$$\delta \mathbf{E}_w = -v_A \mathbf{i}_z \times \delta \mathbf{B}_w \quad (2)$$

式中‘负号’表示左旋极化 Alfvén 波,  $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$  分别为  $x, y, z$  方向的单位矢量,  $\phi_k = k(v_A t - z) + \varphi_k$  为波的相位, 其中  $\varphi_k$  为波的初相位,  $N$  为 Alfvén 波的数量. 粒子在外加磁场与 Alfvén 波的电磁场中

的运动方程为:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q_i}{m_i} [\mathbf{v} \times (\mathbf{B}_0 + \delta \mathbf{B}_w) + \delta \mathbf{E}_w] \quad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} \quad (4)$$

其中  $q_i, m_i$  分别为  $i$  类粒子的电荷与质量. 以质子作为试探粒子, 采用单粒子模型模拟了两支左旋极化低频 Alfvén 波对等离子体的加热过程 (式 (1) 中取  $N=2$ ). 两支 Alfvén 波的频率分别为  $\omega_1 = 0.033\Omega_p, \omega_2 = 0.050\Omega_p$  ( $\Omega_p$  为质子回旋频率), 初始相位差为一定值  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$ , 两支波的振幅相等而其总波幅分别考虑  $\sum_{k=1,2} \delta B_k^2 / B_0^2 = 0.15, 0.25, 0.30$  三种情况. Alfvén 波频率远小于质子回旋频率, 共振加热条件不满足, Alfvén 波通过非共振相互作用加热等离子体.

初始时, 162 000 个质子均匀分布在长度为  $1.6v_A\Omega_p^{-1}$  的 540 个网格中, 系统总长度为  $8640.0v_A\Omega_p^{-1}$ . 质子速度满足麦克斯韦分布, 热速度  $v_{thp} = 0.1v_A$  (其中  $v_{thp} = \sqrt{2k_B T_0 / m_p}$ ,  $T_0$  是质子的初始温度,  $k_B$  为 Boltzmann 常数). 计算中采用 Boris 算法求解质子的运动方程 (3)、(4), 时间步长为  $\Delta t = 0.025\Omega_p^{-1}$ , 采用周期性边界条件.

## 2 结果及分析

图 1 为在不同波幅的情况下质子垂直与平行于背景磁场方向的温度随时间的变化规律. 图 1 (a)、(b)、(c) 分别对应波幅  $\sum_{k=1,2} \delta B_k^2 / B_0^2 = 0.15, 0.25, 0.30$ . 曲线 A、B 分别表示  $T_{\perp} / T_0, T_{\parallel} / T_0$  随时间的变化情况. 模拟中质子垂直与平行于背景磁场方向的温度的计算公式如下:

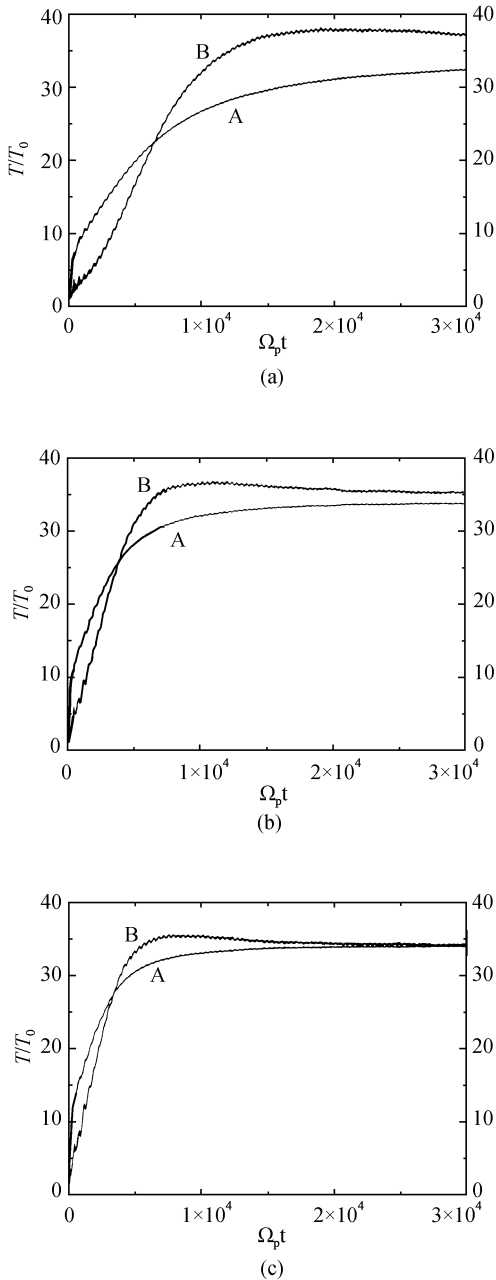
$$T_{\perp} = (m_p / 2k_B) \sum_{i=x,y} \langle (v_i - \langle v_i \rangle)^2 \rangle \quad (5)$$

$$T_{\parallel} = (m_p / k_B) \langle (v_z - \langle v_z \rangle)^2 \rangle \quad (6)$$

$\langle \cdot \rangle$  表示先对单个网格中的粒子求平均, 最后对所有网格中的粒子求平均, 用这种方法可以消除平均速度对温度的影响<sup>[4-5]</sup>.

如图 1 所示, 在加热的初始阶段为非共振加热<sup>[5]</sup>, 质子在垂直与平行于背景磁场的方向都得到了明显的加热, 且垂直方向的温度增加更加显著, 等离子体出现温度各向异性  $T_{\perp} > T_{\parallel}$ . 图 1 表明, 总波幅越大非共振加热阶段温度上升就越快, 且加热效果也越好. 经过一段时间后, 温度各向异性逐渐降低最后消失, 垂直与平行方向的温度达

到平衡. 由于非线性共振在相空间发生重叠, 而开始转为随机加热. 随机加热出现后平行温将超过垂直温度  $T_{\parallel} > T_{\perp}$ , 使温度各向异性反向. 当平行温度达到最高点后开始缓慢下降, 而垂直温度继续上升, 最后两者温度再次达到平衡后不再变化 (如图 1(c)).



(a) 对应波幅  $\sum_{k=1,2} \delta B_k^2/B_0^2 = 0.15$ ; (b) 对应波幅  $\sum_{k=1,2} \delta B_k^2/B_0^2 = 0.25$ ; (c) 对应波幅  $\sum_{k=1,2} \delta B_k^2/B_0^2 = 0.30$

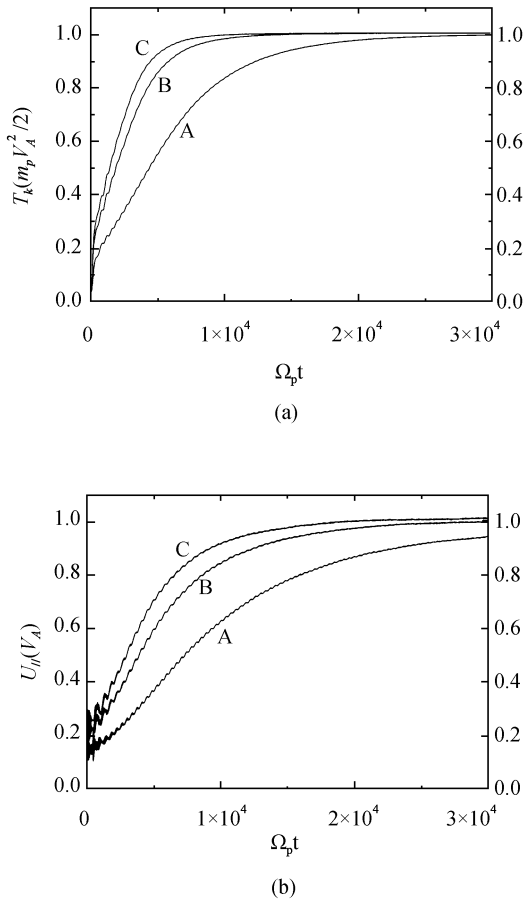
图 1 质子垂直温度 (曲线 A) 及平行温度 (曲线 B) 随时间的变化曲线

Fig. 1 Time evolution of the proton perpendicular (curve A) and parallel temperature (curve B)

图 2 为不同波幅时质子的动力学温度 (图 2(a)) 及质子平行于背景磁场方向的平均速度 ( $U_{\parallel} = \langle v_z \rangle$ ) (图 2(b)) 在加热过程中随时间的变化曲线, 动力学温度的计算公式为:

$$T_k = \frac{1}{2} m_p \sum_{i=x,y,z} \langle (v_i - \langle v_i \rangle)^2 \rangle \quad (7)$$

$T_k, U_{\parallel}$  分别用  $m_p v_A^2/2, v_A$  对其归一化. 其中 A、B、C 三条曲线分别对应波幅  $\sum_{k=1,2} \delta B_k^2/B_0^2 = 0.15, 0.25, 0.30$ .



曲线 A、B 和 C 分别对应波幅  $\sum_{k=1,2} \delta B_k^2/B_0^2 = 0.15, 0.25, 0.30$

图 2 质子的动力学温度 (图 (a)) 及平行于背景磁场方向的平均速度 (图 (b)) 随时间的变化曲线

Fig. 2 Time evolution of the kinetic temperature (a) and average parallel (to the background magnetic field) velocity (b) of protons

如图 2, 质子先通过非共振加热使温度上升到一定阶段后, 由于非线性共振在相空间发生重叠而转为随机加热<sup>[1-2,6]</sup>, 通过随机加热过程后最终使质子动力学温度增加到相同值  $m_p v_A^2/2$  后不再变化 (如图 2(a)). 从图 2 中同样可以发现,

Alfvén 波幅越大非共振加热效果就越好,加热效果正比于  $\sum_{k=1,2} \delta B_k^2$ . 而在整个加热过程中,质子所获得的最高动力学温度  $T_{\max} \approx m_p v_A^2/2$  与波幅无关,仅与 Alfvén 波的相速度相关<sup>[6]</sup>. 我们进一步分析,

$$T_{\max} \approx m_p v_A^2/2 = B_0^2/(8\pi n_0) = W/n_0 \quad (8)$$

其中  $v_A = \sqrt{B_0^2/(4\pi n_0 m_p)}$ ,  $W$  为外磁场能量密度,  $n_0$  为等离子体密度. 当随机加热的条件被满足时,低频 Alfvén 波通过非共振加热与随机加热过程加热等离子体,加热后粒子动力学温度的最大值由外加磁场的能量密度与等离子体密度的比值决定,即  $T_{\max} \approx W/n_0$ , 与波的振幅无关. 整个加热过程中,质子在平行方向被明显加速,最终等离子体在平行于背景磁场的方向获得一个整体流速,  $U_{\parallel} \approx v_A$  (如图 2(b)).

### 3 结 论

本文采用单粒子模型,对两支左旋极化低频 Alfvén 波与等离子体的非共振相互作用进行研究,结果表明,非共振加热阶段,垂直与平行方向出现温度各向异性,随着时间的增加温度各向异性会逐渐降低最后消失;当加热过程由非共振加热阶段转化为随机加热阶段后,平行方向的温度

将超过垂直温度使温度各向异性反向,最后平行温度逐渐减小垂直温度继续增加,两者温度再次达到平衡后不再变化. 加热的最终效果与波幅无关,仅由外加磁场的能量密度与等离子体密度的比值决定. 加热过程中,离子在平行于背景磁场方向被加速,最终获得一个相当于 Alfvén 波相速度大小的流速.

### 参考文献:

- [1] Chen L, Lin Z, White R. On resonant heating below the cyclotron frequency[J]. Phys. Plasma, 2001, 8: 4713-4716.
- [2] White R B, Chen L, Lin Z H. Resonant plasma heating below the cyclotron frequency[J]. Phys. Plasmas, 2002, 9: 1890-1897.
- [3] Wang C B, Wu C S, Yoon P H. Heating of ions by Alfvén waves via nonresonant interactions[J]. Phys. Rev. Lett, 2006, 96: 125001.
- [4] Lu Q M, Li X. Heating of ions by low frequency Alfvén waves[J]. Phys. Plasmas, 2007, 14: 042303.
- [5] Lu Q M, Chen L. Ion heating by a spectrum of obliquely propagating low-frequency Alfvén waves[J]. Astrophys. J, 2009, 704: 743-749.
- [6] Wang B, Wang C B, Yoon P H, et al. Stochastic heating and acceleration of minor ions by Alfvén waves[J]. Geophys. Res. Lett, 2011, 38: L1010.