

文章编号:1673-0062(2011)03-083-06

## 钢筋混凝土箱梁受弯性能的比拟杆分析

伍琼芳<sup>1</sup>, 方志<sup>2</sup>

(1. 南华大学 城市建设学院, 湖南 衡阳 421001; 2. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要:**基于截面换算的原理对现行分析箱梁受力性能的比拟杆法进行修正, 得到考虑钢筋影响的比拟杆分析方法. 通过三杆比拟和多杆比拟分析了混凝土箱梁在不同配筋情形下的弯曲应力, 并用有限元结果验证了修正的比拟杆法分析钢筋混凝土箱梁弯曲受力的适用性. 结果表明: 相同工况下比拟杆法和有限元法所得应力计算结果相近, 且考虑钢筋影响后的计算结果与实测值更为接近, 考虑钢筋影响才能反应实际应力状态; 当板内钢筋均匀分布时, 配筋率的变化基本不影响箱梁剪力滞大小.

**关键词:** 受力性能; 比拟杆法; 钢筋混凝土箱梁; 换算截面; 有限元

**中图分类号:** U441.5      **文献标识码:** A

## The Bar Simulation Method of Load Performance in Reinforced Concrete Box Girder

WU Qiong-fang<sup>1</sup>, FANG Zhi<sup>2</sup>

(1. School of Urban Construction, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China;

2. The College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China)

**Abstract:** Based on the principle of section conversion, this paper has amended the bar simulation method which is presently used in analysis of load performance of box girder, and proposed a new method which has taken consideration for the influence of reinforcement. By using the multi-bar and three-bar simulation analysis method respectively, the authors calculated the stress of the concrete box girder models in bending with different reinforcement ratio, and also compared the results from the new method with those from finite element method. It indicated that the results by the new method is more consistent with measured value and the reinforcement ratio has no effect on the shear lag of box girder if reinforcement is uniformly located in the relative plate of the box girder.

**key words:** mechanical behavior; bar simulation method; reinforced concrete box girder; transformed section; finite element

收稿日期: 2011-07-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50678063)

作者简介: 伍琼芳(1984-), 女, 湖南衡阳人, 南华大学城市建设学院助教, 硕士. 主要研究方向: 桥梁结构设计理论.

## 0 引言

薄壁箱梁在纵向弯曲时,会产生“剪力滞后”现象,并导致箱梁局部位产生应力集中<sup>[1]</sup>. 国内外众多学者对薄壁箱梁弯曲应力的求解方法进行了研究,常用的研究方法有解析法、数值法及模型实验等. 解析法分析过程较为复杂,不便被工程设计人员掌握. 而数值法尽管能获得较全面的应力分布图像,但所花的时间和储存量太大,实用性亦稍嫌不足. 因此,工程实际分析时,尤其是在初步设计阶段,设计人员一般更倾向于采用一些基于解析法的简捷方法<sup>[2-3]</sup>.

比拟杆法作为一种较简明的分析方法广泛应用于薄壁箱梁剪力滞的计算中. 但目前其应用于配筋混凝土箱梁分析时,一般仅考虑混凝土的影响,而忽略了其内钢筋的作用,因此所求应力不能反应配筋混凝土箱梁的真实应力情况. 基于此,本文对现行的比拟杆法进行修正,引入换算截面考虑钢筋的影响,继而求得相应的杆应力. 并通过 ANSYS 有限元软件的对比分析,验证考虑钢筋影响后比拟杆法应用的可行性,并进而分析配筋率对箱梁弯曲应力大小及其分布的影响.

## 1 配筋混凝土箱梁比拟杆法基本原理

### 1.1 基本假定

将薄壁箱梁视为由多根理想化加劲杆及其间薄板组成的共同受力体系,并做如下假定<sup>[4]</sup>: 1) 将箱形梁看做理想化的加劲杆与等效薄板的组合体系; 2) 理想化的加劲杆仅承受轴力,而等效薄板仅传递剪力; 3) 作用在箱梁任意截面上的垂直剪力完全由腹板承受,并且均匀分布于腹板面积上; 4) 钢筋与其周围混凝土完全粘结,不存在相对滑移.

### 1.2 加劲杆面积的确定

对图 1 所示箱梁截面,在初等梁理论下,按照等效前后上、下翼缘应力水平相同的原则,确定上下翼缘板的等效厚度,然后根据要采用的加劲杆数量,按杠杆原理将面积分配给每根加劲杆,腹板的面积分配给与之交汇的加劲杆<sup>[5]</sup>.

依据材料力学原理有:

$$\sigma_{t(b)} = \frac{MZ_t(Z_b)}{I_t + I_b + 2I_w} \quad (1)$$

用  $A_{et}$ 、 $A_{eb}$  表示上或下翼缘的等效面积,不计翼缘对自身的惯性矩,则等效箱梁的弯曲应力为:

$$\sigma_{et(eb)} \approx \frac{M}{d_w A_{et(eb)}} \quad (2)$$

根据  $\sigma_{t(b)} = \sigma_{et(eb)}$  可得到相应的等效比拟杆面积  $A_{et(eb)}$ . 式中各符号的意义分别为:  $\sigma_{et}$ 、 $\sigma_{eb}$  分别为顶板、底板的等效弯曲应力;  $I_t$ 、 $I_b$ 、 $I_w$  分别为箱形截面顶板、底板及腹板的惯性矩;  $Z_t$ 、 $Z_b$  分别为截面重心至顶板、底板中心的距离.

### 1.2.1 混凝土加劲杆面积的确定

根据应力等效原则,可以得到带翼缘悬臂箱梁混凝土加劲杆的面积如下:

$$\text{顶板: } A_{etc} = \alpha_{1c} t_w d_w / \cos\theta + \beta_{1c} a t_1 \quad (3)$$

$$\text{底板: } A_{ebc} = \alpha_{2c} t_w d_w / \cos\theta + \beta_{2c} b t_2 \quad (4)$$

式中  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_w$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $d_w$  分别为截面的各部分尺寸,如图 1 所示,  $\alpha_{1c}$ 、 $\beta_{1c}$ 、 $\alpha_{2c}$ 、 $\beta_{2c}$  分别为顶底板混凝土等效所得比拟杆面积系数值.

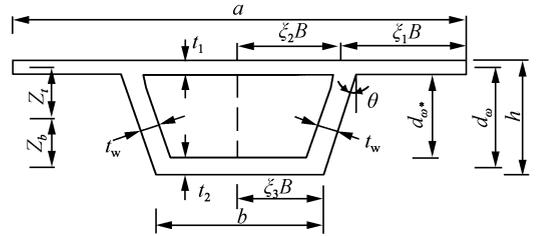


图 1 典型箱梁截面

Fig. 1 Typical section of box girder

若  $\xi_{2c} B > \xi_{1c} B$ , 则  $B = \xi_{2c} B$ ,  $\xi_{2c} = 1$

若  $\xi_{2c} B < \xi_{1c} B$ , 则  $B = \xi_{1c} B$ ,  $\xi_{1c} = 1$

混凝土的顶、底等效翼板厚度  $t_{etc}$ 、 $t_{ebc}$  分别为:

$$\text{顶板: } t_{etc} = \beta_{1c} t_1 \quad (5)$$

$$\text{底板: } t_{ebc} = \beta_{2c} t_2 \quad (6)$$

若将图 1 所示上翼板的悬臂翼板等分成  $n_1$  块系板,内侧翼板等分为  $n_2$  块系板;下翼板等分为  $m$  块系板,则图 2 所示比拟杆截面与各系板相连加劲杆的面积分别为<sup>[6]</sup>:

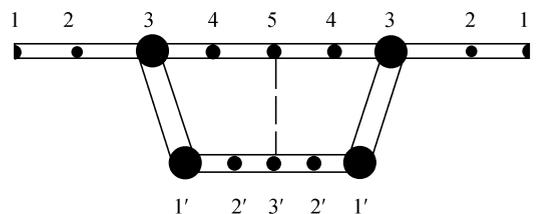


图 2 比拟杆示意

Fig. 2 Sketch of bar simulation

$$\begin{cases} A_{1c} = \beta_{1c}\xi_1 Bt_1/2n_1 \\ A_{2c} = \beta_{1c}\xi_1 Bt_1/n_1 \\ A_{3c} = \beta_{1c}\xi_1 Bt_1/2n_1 + \alpha_{1c}t_w d_w^*/2\cos\theta + \beta_{1c}\xi_2 Bt_1/2n_2 \\ A_{4c} = A_{5c} = \beta_{1c}\xi_2 Bt_1/n_2 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} A'_{1c} = \beta_{2c}\xi_3 Bt_2/2m + \alpha_{2c}t_w d_w^*/2\cos\theta \\ A'_{2c} = A'_{3c} = \beta_{2c}\xi_3 Bt_2/m \end{cases} \quad (8)$$

上述式中各符号的意义为:  $A_{ic}$ 、 $A'_{ic}$  分别为图2所示顶、底板第  $i$  号杆混凝土的等效面积。

### 1.2.2 钢筋加劲杆面积的确定

基于换算截面法的基本原理,根据钢筋位置处钢筋和混凝土应变相等的原则,把箱梁体内配置的有粘结筋换算成等效的混凝土条带后再等效为相应部分的加劲杆面积以考虑钢筋的参与影响。

对于图3所示的配筋情形,将纵向钢筋换算成为相应的混凝土条带如下:

$$(\alpha_E - 1)A'_s = ad_1 \quad (9)$$

$$(\alpha_E - 1)A_s = bd_2 \quad (10)$$

$$(\alpha_E - 1)A_{sw} = d_w^* d_3 \quad (11)$$

$$\alpha_E = E_s/E_c \quad (12)$$

式中:  $A'_s$  为箱梁顶板钢筋面积,  $A_s$  为箱梁底板钢筋面积,  $A_{sw}$  为箱梁单边腹板钢筋面积,  $E_s$ 、 $E_c$  分别为钢筋和混凝土的弹性模量。

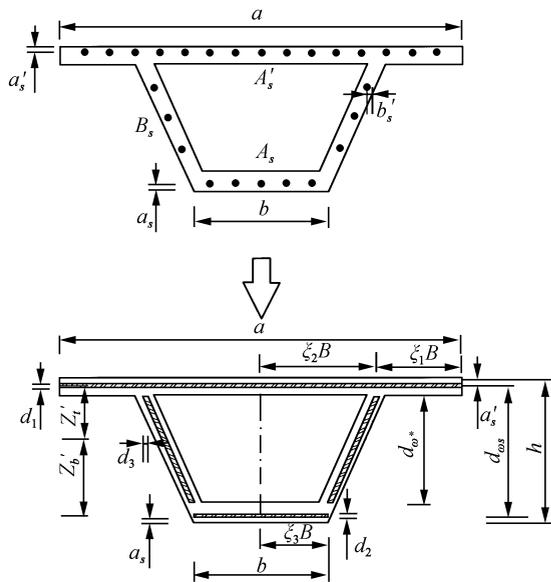


图3 钢筋换算面积

Fig. 3 Transformed area of steel

同样按照比拟杆的等效原则,可将由钢筋换算的混凝土条带等效为相应比拟杆面积即可得到考虑钢筋影响的加劲杆面积如下:

$$\text{顶板: } A_{ets} = \alpha_{1s}d_3d_{ws} + \beta_{1s}ad_1 \quad (13)$$

$$\text{底板: } A_{eds} = \alpha_{2s}d_3d_{ws} + \beta_{2s}bd_2 \quad (14)$$

式中  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $h$ 、 $d_{ws}$ 、分别为截面尺寸,如图3所示,  $\alpha_{1s}$ 、 $\beta_{1s}$ 、 $\alpha_{2s}$ 、 $\beta_{2s}$  分别为顶底板钢筋等效所得比拟杆面积系数值。

得到相应的各加劲杆钢筋等效面积如式(15)、式(16)所示:

$$\begin{cases} A_{1s} = \beta_{1s}\xi_1 Bd_1/2n_1 \\ A_{2s} = \beta_{1s}\xi_1 Bd_1/n_1 \\ A_{3s} = \beta_{1s}\xi_1 Bd_1/2n_1 + \alpha_{1s}d_3d_w^*/2 + \beta_{1s}\xi_2 Bd_1/2n_2 \\ A_{4s} = A_{5s} = \beta_{1s}\xi_2 Bd_1/n_2 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} A'_{1s} = \beta_{2s}\xi_3 Bd_2/2m + \alpha_{2s}d_3d_w^*/2 \\ A'_{2s} = \beta_{2s}\xi_3 Bd_2/m \end{cases} \quad (16)$$

上述式中各符号的意义为:  $A_{is}$ 、 $A'_{is}$  分别为图2所示顶、底板第  $i$  号杆钢筋的等效面积。

且相应的等效翼板厚度  $t_e$  :

$$\text{顶板: } t_{ets} = \beta_{1s}d_1 \quad (17)$$

$$\text{底板: } t_{eds} = \beta_{2s}d_2 \quad (18)$$

### 1.2.3 总的加劲杆面积的确定

将钢筋换算得到的比拟杆面积与混凝土部分的比拟杆面积进行叠加,即得到配筋混凝土箱梁总的比拟杆面积为:

$$A_i = A_{is} + A_{ic} (i = 1 \sim 5) \quad (19)$$

$$A'_i = A'_{is} + A'_{ic} (i = 1 \sim 2) \quad (20)$$

上述式中各符号的意义为:  $A_i$ 、 $A'_i$  为图2所示配筋箱梁等效的顶、底板各杆总面积。

等效翼板总厚度  $t_e$  为:

$$\text{顶板: } t_{et} = t_{etc} + t_{ets} \quad (21)$$

$$\text{底板: } t_{eb} = t_{ebc} + t_{eds} \quad (22)$$

### 1.3 比拟杆的基本微分方程组

以一悬臂箱梁为例予以说明,其受力图示如图4所示<sup>[7]</sup>。

在距自由端  $x$  截面处取一微段  $dx$ ,则可以写出各杆的受力平衡式:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ 号杆 } \frac{dN_1}{dx} &= q_1(x) \\ 2 \text{ 号杆 } \frac{dN_2}{dx} &= q_2(x) - q_1(x) \\ 3 \text{ 号杆 } \frac{dN_3}{dx} &= q_1(x) - q_2(x) - q_E(x) \\ 4 \text{ 号杆 } \frac{dN_4}{dx} &= q_4(x) - q_3(x) \\ 5 \text{ 号杆 } \frac{dN_5}{dx} &= -q_4(x) \end{aligned} \right\} (23)$$



多杆模型中,上板离散成为 9 根加劲杆,下板离散成为 5 根加劲杆,如图 2 所示. 三杆比拟法中的顶板边杆即多杆模型的 3 号杆,顶板中杆即多杆模型的 5 号杆,底板边杆即多杆模型的 1'号杆,底板中杆即多杆模型的 3'号杆.

有限元分析采用 ANSYS 建立实体模型,混凝土采用 SOLID65 单元,钢筋采用 LINK8 单元.

为了分析配筋箱梁配筋率的影响,采用三杆

比拟法分别计算了顶板、底板及腹板在不同配筋率下的杆应力. 此处配筋率定义为相应板内钢筋的面积与箱梁毛截面面积之比. 顶板配筋率分别取为 0%、1.0%、1.9%、2.9%,底板配筋率分别取为 0%、0.9%、1.6%、2.1%,腹板配筋率分别为 0%、0.4%、0.7%、0.9%.

### 2.3 结果分析

计算结果分别如表 1 及图 6 ~ 图 9.

表 1 结果比较  
Table 1 Results comparison

分析情形		比拟杆及有限元计算应力/MPa					初等梁理论计算应力/MPa	实测应力/MPa	
		$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_4$	$\sigma_5$	$\bar{\sigma}$		
不考虑配筋	三杆比拟	—	—	0.707	—	0.634			
	顶板	多杆比拟	0.533	0.621	0.701	0.656	0.637	0.664	—
		有限元	0.566	0.630	0.695	0.668	0.643		
	底板	三杆比拟	1.651	—	1.532	—	—		
		多杆比拟	1.658	1.536	1.527	—	—	1.583	—
		有限元	1.652	1.544	1.518	—	—		
实际配筋	三杆比拟	—	—	0.641	—	0.576			
	顶板	多杆比拟	0.495	0.577	0.640	0.610	0.579	0.604	0.653
		有限元	0.513	0.585	0.644	0.618	0.581		
	底板	三杆比拟	1.387	—	1.321	—	—		
		多杆比拟	1.395	1.337	1.305	—	—	1.341	1.416
		有限元	1.388	1.302	1.288	—	—		

注:①表中  $\sigma_1 \sim \sigma_5$  分别表示图 2 中 1~5 杆的应力值;②有限元的结果中的  $\sigma_1 \sim \sigma_5$  分别表示相应多杆位置处的结果;③三杆比拟中顶板的  $\sigma_3$  表示边杆位置处应力、 $\sigma_5$  表示中杆位置处应力、底板的  $\sigma_1$  表示边杆位置处应力、底板的  $\sigma_3$  表示中杆位置处应力;④ $\bar{\sigma}$  表示采用初等梁理论计算的应力;⑤实测应力为图 5 测点 A、B 处的应力换算得到的边杆中心处应力. ⑥顶板应力为拉应力,底板应力为压应力.

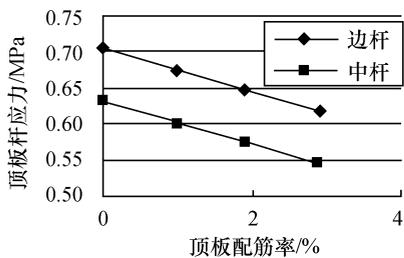


图 6 顶板杆的应力随顶板配筋率变化

Fig. 6 Stress of top plate bar vs. reinforcement ratio of top plate

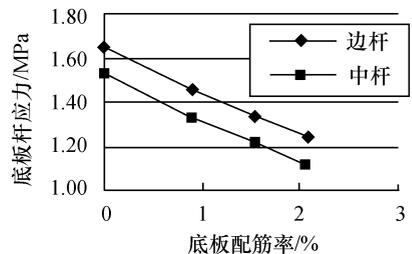


图 7 底板杆的应力随底板配筋率变化

Fig. 7 Stress of bottom plate bar vs. reinforcement ratio of bottom

从表 1 可以看出:

对于考虑与不考虑配筋影响两种工况,相同工况下不同计算方法所得应力计算结果均较为接近,多杆比拟的计算结果更接近 ANSYS 计算结果;且考虑钢筋影响后的计算结果与实测值更为接近,计算值与实测值仅相差 2%.

考虑钢筋影响后,各点应力均降低,最大相差约 12% 左右,因此考虑钢筋影响才能反应实际应力状态.

图 6 ~ 图 9 中顶板边杆和中杆分别指图 2 中的 3 号和 5 号杆;底板边杆和中杆分别为图 2 中的 1'号和 3'号杆. 从中可以看出:

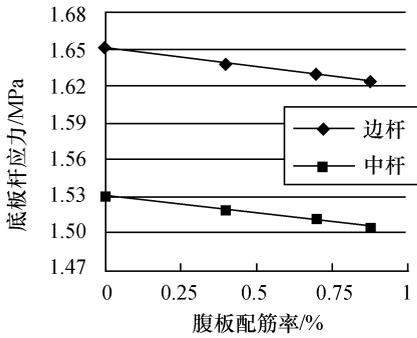


图8 顶板杆的应力随腹板配筋率变化

Fig. 8 Stress of top plate bars vs. reinforcement ratio of web plate

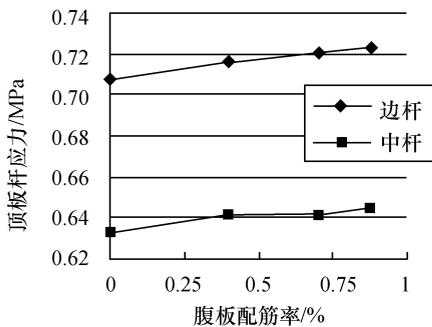


图9 底板杆的应力随腹板配筋率变化

Fig. 9 Stress of bottom plate bars vs. reinforcement ratio of web plate

随顶、底板配筋率的分别增加,顶、底板的应力相应降低,且底板配筋率的变化对箱梁底板应力的影响更为显著.腹板配筋率的变化对顶、底板的应力影响较小.随顶、底板配筋率的分别增加,顶、底板边杆(腹板处)和中杆(板跨中处)处应力

的变化趋势基本相同,因此,当板内钢筋均匀分布时,配筋率的变化基本不影响箱梁剪力滞大小.

表1的计算结果亦表明了这一点,不管钢筋影响是否考虑,顶板腹板位置处的剪力滞系数均约为1.06,但此处的应力值却相差约10%.

### 3 结论

1)相同工况下比拟杆法和有限元法所得应力计算结果相近,且考虑钢筋影响后的计算结果与实测值更为接近,计算值与实测值仅相差2%.考虑钢筋影响后,各点应力均降低,最大相差约12%左右,因此考虑钢筋影响才能反应实际应力状态.

2)当板内钢筋均匀分布时,配筋率的变化基本不影响箱梁剪力滞大小.

### 参考文献:

- [1] 康健.基于 Ansys 的薄壁箱梁剪力滞效应分析[J].山西建筑,2007(30):105-106
- [2] 罗旗帜,吴幼明.薄壁箱梁剪力滞理论的评述和展望[J].佛山科学技术学院学报(自然科学报),2001(3):29-35.
- [3] 张士铎,邓小华,王文洲.箱型薄壁梁剪力滞效应[M].北京:人民交通出版社,1998:84-171.
- [4] Kristek V, Studnicka J. Negative shear lag in flanges of plated structures[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1991, 117(12):3553-3569.
- [5] 姚永丁.独塔单索面斜拉桥箱形主梁剪力滞效应研究[D].杭州:浙江大学,2004.
- [6] 曹国辉.钢筋混凝土箱梁剪力滞效应分析与试验研究[D].长沙:湖南大学,2005.
- [7] 张士铎.桥梁工程结构中的负剪力滞效应[M].北京:人民交通出版社,2004.