

文章编号: 1673- 0062(2010) 02- 0034- 04

基于对数正态分布的岩石损伤统计分析方法研究

蒋 维, 邓 建*

(中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘 要:以 Mohr 强度理论为基础, 利用岩石微元强度服从对数正态随机分布的特点, 得到了三轴压缩条件下的岩石损伤统计本构模型, 并根据试验曲线采用最小二乘法确定出模型参数. 与试验结果比较, 该模型可以很好地模拟岩石破裂过程的全应力应变关系, 真实反映了岩石软化特性、岩石强度随围压变化等特性. 在此基础上, 讨论了对数正态参数 F_0 、 S_0 对岩石应力应变全过程曲线的影响. 结果表明, 参数 F_0 值的变化对岩石的强度有影响; 参数 S_0 值的变化对岩石的脆性有影响.

关键词: 岩石破裂; Mohr 强度理论; 对数正态分布; 损伤; 本构模型

中图分类号: TU 451

文献标识码: A

Study on the Statistical Analysis of Rock Damage Based on Lognormal Distribution

JIANG Wei DENG Jian*

(School of Resources and Safety Engineering Central South University, Changsha Hunan 410083, China)

Abstract Based on Mohr strength theory, by considering the characteristic that the strength of rock micro-unit is of lognormal stochastic distribution, a statistical damage constitutive model is obtained under rock triaxial compression test. Using the method of least squares, these model parameters are determined according to the experimental curve. Compared with rock triaxial compression test results, this model can well simulate the relation of stress-strain during the full process of rock failure, being capable of reflecting the characteristic of strain softening and the phenomenon that rock strength is affected by confining pressure. Moreover, the effect of which lognormal distribution parameters F_0 and S_0 have on complete stress-strain curves of rock failure is also discussed. The results show that the change of F_0 has some effect on the rock strength and that the value of S_0 has effect on the brittleness of rock.

Key words rock failure; Mohr strength theory; lognormal distribution; damage; constitutive model

收稿日期: 2010- 01- 17

作者简介: 蒋 维 (1985-), 男, 湖南湘阴人, 中南大学资源与安全工程学院硕士研究生. 主要研究方向: 岩石力学与岩土工程. * 通讯作者.

卸载材料由于微缺陷(微裂纹或微孔洞)的产生和发展而引起的逐步劣化称为损伤^[1]。岩石是一种天然地质材料,其内部包含各种随机分布的缺陷,在外载荷作用下,这些缺陷将繁衍和发展,岩石内部结构力学性能也将连续发生变化。统计损伤力学是研究岩石破裂过程的有效方法。自 D. Krajcinovic 等人^[2]将连续损伤理论与统计强度理论有机结合提出一个统计损伤模型以来,人们对岩石破裂损伤过程本构关系的研究有了迅速发展。许多学者^[3-8]均在这方面进行了研究,初步建立了各种岩石损伤本构模型。唐春安^[3]利用岩石微元强度统计分布表示岩石损伤参量,研究了岩石破裂过程的全应力应变关系;曹文贵^[4-6]根据岩石微元强度服从 Weibull 随机分布的特点,建立了基于 Drucker-Prager 准则和 Mohr-Coulomb 准则的岩石损伤统计本构模型。随后又在新型岩石损伤模型基础上,研究了岩石应变软化或硬化变形全过程的损伤统计本构模型;徐卫亚^[7]建立了基于概率论和损伤力学的岩石弹塑性损伤统计本构模型;李杭州^[8]基于统一强度理论,在考虑洛德参数的基础上,建立了三轴应力状态下软岩的损伤统计本构模型。

考虑到 Drucker-Prager 准则较为保守,由此确定的岩石微元强度合理性将会受到限制;Mohr-Coulomb 准则把 Mohr 圆包络线近似为直线,认为岩石抗剪强度随剪切面上压应力线性地增大。由岩石的三轴试验可知,当围压较高时,岩石的剪切破裂线为一条曲线。在压应力区,抗剪强度并不随剪切面上的正应力线性地增大^[9]。而 Mohr 强度曲线是岩石在各种应力状态下强度特征的真实逼近,它能较准确的反映岩石的承载能力,因此,本文拟在前人研究的基础上,利用经典 Mohr 强度理论,给出新的岩石微元强度表达式,从而得到了三轴压缩条件下岩石损伤统计本构模型,并根据试验曲线采用最小二乘法确定出模型参数,与试验结果比较显示了该模型的合理性。在此基础上,重点讨论了模型参数对岩石应力应变全过程曲线的影响。

1 岩石统计损伤本构模型

1.1 统计损伤本构模型及损伤变量

利用 Lemaitre 应变等价性假说,岩石统计损伤本构关系表示如下^[3-4]:

$$[\sigma^*] = [\sigma] / (1 - D) = [E][\varepsilon] / (1 - D) \quad (1)$$

式中: $[\sigma^*]$ 为有效应力矩阵, $[\sigma]$ 为名义应力矩阵, $[E]$ 为岩石材料弹性矩阵, $[\varepsilon]$ 为应变矩阵, D 为岩石损伤变量。

假定岩石微元在破坏前,服从虎克定律,即微元具有线弹性性质:

$$\varepsilon_1 = [\sigma_1^* - \mu(\sigma_2^* + \sigma_3^*)] / E \quad (2)$$

由式(1)、式(2)得:

$$\sigma_1 = E \varepsilon_1 (1 - D) + \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (3)$$

假设岩石微元破坏的概率随 $f(\sigma^*)$ 分布密度是 $P[f(\sigma^*)]$, 定义损伤变量为破坏概率^[7]:

$$D = \int_{-\infty}^{f(\sigma^*)} P(x) dx \quad (4)$$

1.2 岩石微元强度的确定

建立岩石损伤统计本构模型的关键在于微元强度的确定。Mohr 强度理论是岩石在各种应力状态下强度特征的真实逼近,能较好的反映岩石的强度条件。为了应用方便,常采用各种不同形式的曲线来逼近试验结果所作出的 Mohr 包络线,二次抛物线是常见的一种。

二次抛物型 Mohr 强度包络线的一般方程为^[10]:

$$\tau_n^2 = \lambda(\sigma_n + H) \quad (5)$$

式中: H 为单轴抗拉强度, λ 为常数, $\lambda = \frac{\sigma_c^2}{2(\sigma_c + 2H)}$, σ_c 为单轴抗压强度。

利用二次抛物型 Mohr 强度曲线,重新定义岩石微元强度 $F = f(\sigma^*)$ 如下:

$$F = \sqrt{\lambda \left(\frac{\sigma_1^* + \sigma_3^*}{2} - \frac{\lambda}{2} + H \right)} \quad (6)$$

由式(1)、式(3)得:

$$F = \sqrt{\frac{[E] \varepsilon_1}{2} \left[\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)} \right] - \frac{\lambda}{2} + H} \quad (7)$$

1.3 岩石损伤演化方程

岩石是一种天然地质材料,其内部包含各种随机分布的缺陷,构造极不均匀,因此,岩石微元具有的强度也不尽相同。以往的研究^[3-8]均采用 Weibull 分布或正态分布作为岩石微元强度的概率模型,取得了较好的效果。在结构可靠度理论中普遍采用对数正态分布作为结构抗力的概率分布^[11],鉴于此,本文拟采用对数正态分布作为岩石微元的强度分布函数,即:

$$P(F) = \frac{1}{FS_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln F - F_0}{S_0} \right)^2 \right] \quad (8)$$

式中: F_0 、 S_0 为对数正态分布参数.

由式 (4)、式 (8) 可得岩石损伤演化方程为:

$$D = \int_0^F \frac{1}{xS_0 \sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{\ln x - F_0}{S_0})^2] dx$$
$$= \phi(\frac{\ln F - F_0}{S_0}) \tag{9}$$

式中: $\phi(\frac{\ln F - F_0}{S_0})$ 为标准正态分布函数.

1 4 对数正态分布参数 F_0 、 S_0 的确定

由岩石常三轴试验可以得到名义应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 (围压 $\sigma_2 = \sigma_3$) 和应变 ε_1 的值. 对应的有效应力 σ_1^* 、 σ_2^* 、 σ_3^* ($\sigma_2^* = \sigma_3^*$) 由式 (1) 给出.

常三轴条件下, 由式 (3)、式 (9) 得:

$$D = 1 - \frac{\sigma_1 - 2\mu\sigma_3}{E\varepsilon} = \phi \frac{\ln F - F_0}{S_0} \tag{10}$$

σ 和 ε 均可由试验曲线给出, 对于一组 σ_1 和 ε_1 , 由式 (1) 可得一个 ϕ 值, 由正态分布函数表, 即可查得对应的 $X = \frac{\ln F - F_0}{S_0}$ 的值. 由此可见, 最后问题归结为如下方程的线性回归:

$$\ln F = S_0 X + F_0 \tag{11}$$

对数据点按上式进行最小二乘拟合即可求得对数正态分布参数 F_0 、 S_0 的值.

2 模型验证

为验证本文模型是否正确, 引用文献 [12] 的资料, 岩石弹性模量 $E = 93.5 \text{ MPa}$, 泊松比 $\mu = 0.2$, 内摩擦角 $\varphi = 31.064^\circ$. 对试验数据按式 (11) 进行最小二乘拟合可得对数正态分布参数 F_0 、 S_0 的值, 代入式 (3) 和式 (9) 即可得到岩石破裂过程的损伤统计本构模型. 现取围压分别为 10 MPa 和 20 MPa 的情况分析, 参数值如表 1 所示, 并将本文模型曲线与试验曲线和文献 [4] 的理论曲线进行比较, 结果见图 1.

表 1 对数正态分布参数

Table 1 Lognormal distributed parameters

σ_3/MPa	F_0/MPa	S_0/MPa
10	4.253 2	0.422 6
20	4.308 1	0.569 0

由图 1 可以看出, 本文曲线更加逼近试验曲线, 尤其是在岩石破坏前后的拟合, 可以很好地模拟岩石破裂过程的全应力应变关系, 说明该模型是正确的. 同时, 采用对数正态分布作为岩石微元

强度的概率模型进行岩石损伤统计分析, 本模型较前人模型存在以下优越性: 真实地反映了岩石软化特性、岩石强度随围压增大而增大等特性, 对岩石破坏前后曲线的逼近效果良好, 模型形式简单, 应用方便, 更加接近工程实际.

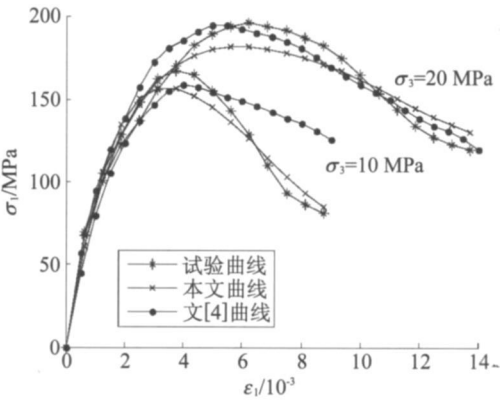


图 1 理论曲线和试验曲线的比较

Fig 1 Comparison between theoretical and experimental curves

3 参数 F_0 、 S_0 的讨论

为了讨论对数正态分布参数 F_0 、 S_0 对岩石应力应变全过程曲线的影响, 取围压为 10 MPa 的理论曲线进行分析. 对于参数 F_0 , 当其他值不变时, 它的变化对岩石应力应变全过程曲线的影响见图 2; 对于参数 S_0 , 当其他值不变时, 它的变化对岩石应力应变全过程曲线的影响见图 3.

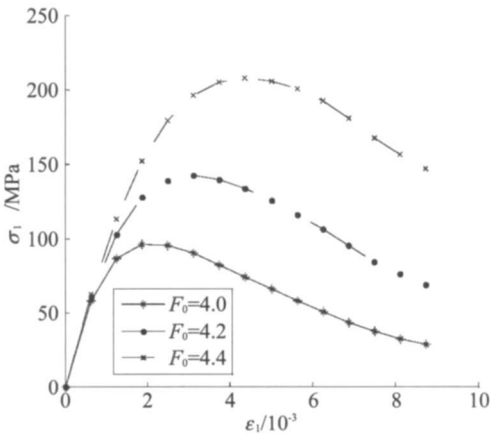


图 2 F_0 对岩石全过程曲线的影响

Fig 2 Effect of parameter F_0 on stress-strain curve

由图 2 可以看出, 参数 F_0 愈大, 岩石峰值应力愈大, 说明参数 F_0 反映了岩石强度的大小; 由图 3 可以看出, 参数 S_0 愈小, 曲线形状愈陡, 破坏

后区应力应变过程及岩石破裂速度愈快, 表明岩石的脆性增强; 参数 S_0 愈大, 曲线形状愈缓, 破坏后区应力应变过程及岩石破裂速度愈慢, 表明岩石的延性增强. 可见, 参数 S_0 反映了岩石的脆性特征.

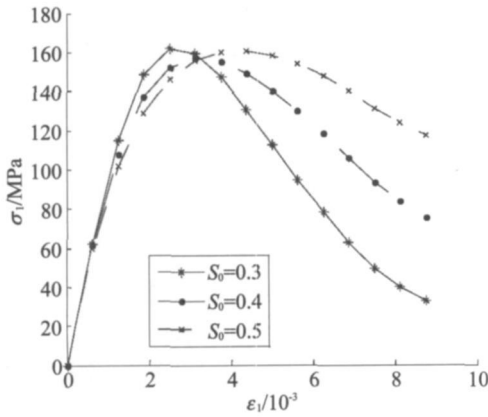


图 3 S_0 对岩石全过程曲线的影响

Fig 3 Effect of parameter S_0 on stress-strain curve

4 结论

1) 基于 Mohr 强度理论, 利用岩石微元强度服从对数正态随机分布的特点, 得到了三轴压缩条件下岩石的损伤统计本构模型.

2) 本模型可以很好地模拟岩石破裂过程的全应力应变关系, 对岩石破坏前后曲线的逼近效果明显, 真实反映了岩石软化特性、岩石强度随围压增大而增大等特性, 模型形式简单, 应用方便, 能更好地反映工程实际.

3) 参数 F_0 影响岩石的强度, F_0 愈大, 岩石

强度愈大; 参数 S_0 影响岩石的脆性, S_0 愈小, 脆性愈强, S_0 愈大, 延性愈强.

参考文献:

- [1] 李 灏. 损伤力学基础 [M]. 济南: 山东科学技术出版社, 1992
- [2] Krajcinovic D, Silva M A G. Statistical aspects of the continuous damage theory [J]. Int J Solids Structures 1982 18(7): 551- 562
- [3] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变 [M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993
- [4] 曹文贵, 方祖烈, 唐学军. 岩石损伤软化统计本构模型之研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(6): 628- 633
- [5] 曹文贵, 张 升. 基于 Mohr- Coulomb 准则的岩石损伤统计分析方法研究 [J]. 湖南大学学报 (自然科学版), 2005, 32(1): 43- 47
- [6] 曹文贵, 莫 瑞, 李 翔. 基于正态分布的岩石软化损伤统计本构模型及其参数确定方法探讨 [J]. 岩土工程学报, 2007, 29(5): 671- 675
- [7] 徐卫亚, 韦立德. 岩石损伤统计本构模型的研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6): 787- 791
- [8] 李杭州, 廖红建, 盛 谦. 基于统一强度理论的软岩损伤统计本构模型研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(7): 1331- 1336
- [9] 王文星. 岩体力学 [M]. 长沙: 中南大学出版社, 2004
- [10] 赵彭年. 松散介质力学 [M]. 北京: 地震出版社, 1995
- [11] 赵国藩, 金伟良, 贡金鑫. 结构可靠度理论 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000
- [12] 曾亚武, 赵震英, 朱以文. 岩石材料破坏形式的分叉分析 [J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(7): 948- 952