

文章编号: 1673- 0062(2009) 04- 0023- 04

行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆轴向齿形设计与曲线拟合

陈艾华, 李必文

(南华大学 机械工程学院, 湖南 衡阳 421001)

摘 要: 利用 SolidWorks 的三维特征造型技术实现了滚刀基本蜗杆法向齿形到轴向齿形的图形转换. 应用 TableCurve 2D 得到了滚刀基本蜗杆法向齿形与轴向齿形的精确数学模型. 为行星摆线齿轮滚刀及其成形精铲刀的简约化设计开辟了一条切实可行的途径.

关键词: 行星摆线齿轮滚刀; 三维特征造型; TableCurve 保形性

中图分类号: TG7 TH1 **文献标识码:** A

Design and Curve Fitting for Axial Profile of Basic Worm of Planetary Cycloidal Gear Hob

CHEN Aihua LIBiwen

(School of Mechanical Engineering, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

Abstract The conversion of normal profile and axial profile for basic worm of hob can be achieved by using the functions of 3D feature modeling by SolidWorks. And the precise mathematical models for normal profile and axial profile of basic worm of hob can be presented by the TableCurve 2D software. Furthermore, the question of shape preservation of curve fitting is discussed and the solving methods are provided. A practical and feasible route for planetary cycloidal gear hob and formation precise relieving cutter is opened too.

Key words planetary cycloidal gear hob; 3D feature modeling; TableCurve; shape preservation

0 引言

行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆的法向齿形与变幅外摆线的等距线共轭, 其曲线方程非常复杂, 不便于列出单变量的参数方程, 故设计图纸一般采

用逐点标注或列表的形式表达法向齿形的坐标数据, 这样做需要占用大量的图纸幅面. 由于行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆的法向齿形到轴向齿形存在图形转换上的技术困难, 现行的设计图纸均未提供基本蜗杆的轴向齿形, 给铲齿工艺增加了难度.

收稿日期: 2009- 04- 15

基金项目: 湖南省教育厅科研基金资助项目 (06C722)

作者简介: 陈艾华 (1962-), 女, 江西东乡人, 南华大学机械工程学院高级实验师, 硕士. 主要研究方向: 工程图学、机电控制等.

1 滚刀基本蜗杆法向齿形的简约化表达和传递

1.1 法向齿形的曲线方程

通过建立解析方程, 推导出行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆法向齿形曲线方程为^[1]:

$$\begin{cases} x = R_{eb} \varphi - R_z \sin(\varphi - \varphi_{Ha}/z_z) + \\ \quad A \sin(\varphi - \varphi_{Ha}) + r_z \cos \alpha \\ y = R_{eb} \varphi - R_z \cos(\varphi - \varphi_{Ha}/z_z) + \\ \quad A \cos(\varphi - \varphi_{Ha}) + r_z \sin \alpha \end{cases}$$

式中 R_{eb} 为摆线轮外圆半径, R_z 为针齿分布圆半径, φ_{Ha} 为转臂转角, z_z 为针齿数, A 为偏心距, r_z 为针齿套半径; $\tan \varphi = (-BC - D\sqrt{B^2 + C^2 - D^2})/(D^2 - C^2)$, 其中 B 、 C 和 D 均为 φ_{Ha} 的函数 (公式略); $\tan \alpha = (A_1E/F + B_1)/(C_1E/F + D_1)$, 其中 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 、 E 和 F 均为 φ_{Ha} 的函数 (公式略). 由此可见, 如将法向齿形曲线方程表达为以 φ_{Ha} 作单变量的参数方程, 则该参数方程将变得异常复杂且会在计算机图形软件中占用过多的字节长度.

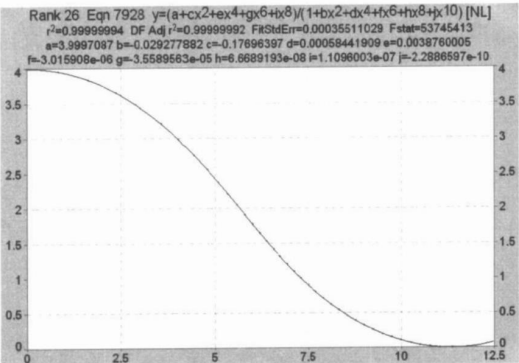
1.2 法向齿形的图纸表达

现行的设计图纸一般按照 φ_{Ha} 的变化范围 $0^\circ \sim 180^\circ + \beta/2$ (β 为摆线轮一个齿所占的圆心角), 以 5° 的间隔取值, 则每一条法向齿形曲线 (半个齿形) 由 38 个坐标点组成^[2]. 如前所述, 采用逐

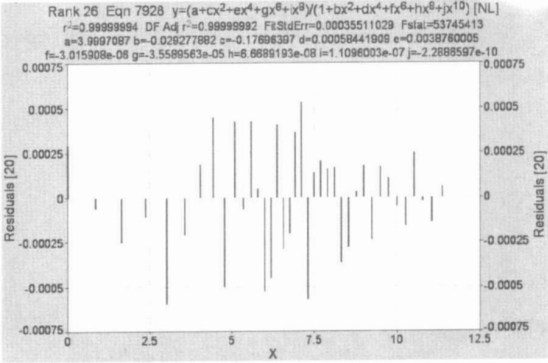
点标注或列表的形式表达这些坐标点会占用大量的图纸幅面. 也有将 φ_{Ha} 按 0° 、 10° 、 20° 、 30° 、 45° 、 75° 、 90° 、 105° 、 120° 、 135° 、 150° 、 165° 、 $180^\circ + \beta/2$ 的稀疏非等间距取 13 个坐标点以节省图纸幅面的做法, 但由于齿形精度太低, 很少采用.

1.3 基于 TableCurve 的法向齿形非线性模型

笔者使用自动二维曲线拟合与经验公式查找软件 TableCurve 2D, 将刀具设计手册列出的全部行星摆线齿轮滚刀的法向齿形按 38 个坐标离散点数据进行曲线拟合, 通过相关指数、剩余标准误差及结点上最大拟合误差的比对, 并综合考虑连续性、光滑性和保形性等要素, 找到了适合各滚刀法向齿形的非线性数学模型. 以 220 机型、 $A = 2$ 、 $i = 29$ 、 $r_z = 7$ 、 $R_{eb} = 105$ 的滚刀为例, 将含有 38 个坐标点的离散点集制成 Excel 文件, 并在 TableCurve 2D 界面导入该文件, 选择 “Curve-Fit All Equations” 进行处理, 得到如图 1a 所示的曲线图形及以迭代拟合偶数阶有理式形式表达的数学式: $y = (a + cx^2 + ex^4 + gx^6 + ix^8)/(1 + bx^2 + dx^4 + fx^6 + hx^8 + jx^{10})$, 其相关指数为 0.999 999 94, 拟合标准误差为 0.000 355 110 29. 由图 1b 得到结点上的最大拟合误差仅为 $-0.000 596 62$. 可见, 该拟合曲线不但拟合精度很高, 且具有很好的连续性、光滑性和保形性.



a 曲线图形



b 拟合误差

图 1 TableCurve 拟合法向齿形的效果

Fig 1 Normal profile of a tooth initiated in TableCurve

这样, 可将该滚刀基本蜗杆的法向齿形简约地表示为以下通用函数形式的单变量参数方程,

以便于在计算机图形软件中利用 “公式曲线” 功能作图或调用.

$$\begin{cases} x = t & (0 \leq t \leq 11.375) \\ y = (3.9997087 - 0.17696397^* (t)^2 + \\ & 0.0038760005^* (t)^4 - 3.5589563^* \\ & 10^{-5} (t)^6 + 1.1096003^* \\ & 10^{-7} (t)^8) / (1 - 0.029277882^* \\ & (t)^2 + 0.00058441909^* (t)^4 - 3.015908^* \\ & 10^{-6} (t)^6 + 6.6689193^* 10^{-8} (t)^8 - \\ & 2.2886597^* 10^{-10} (t)^{10}) \end{cases}$$

2 基于 SolidWorks 的滚刀基本蜗杆轴向齿形 CAD 技术

行星摆线齿轮滚刀的刃沟槽通常设计为螺旋槽的形式, 设计图纸一般不提供基本蜗杆的轴向齿形。由于制造行星摆线齿轮滚刀廓形依赖于铲齿工艺, 而现行铲齿车床的方刀架只能在 XZ 平面内旋转, 所以设计成形精铲刀廓形时需要行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆的轴向齿形。又由于行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆的法向齿形与轴向齿形存在图形转换上的技术困难, 且轴向齿形为非对称形式的复杂曲线, 故有必要利用三维特征造型技术进行设计。

1) 在 SolidWorks 软件界面中, 以行星摆线齿轮滚刀齿根圆直径和总长为参数, 利用“拉伸凸台/基体”功能, 作出滚刀的圆柱基体;

2) 在滚刀圆柱基体的底面上插入草图, 绘制一尺寸为分圆直径 d_f 的同心圆, 以控制螺旋线的直径; 再利用插入“螺旋线/涡状线”功能, 作出轴向螺距为 t_z 的螺旋线;

3) 利用“基准面”功能, 在螺旋线始点上生成法向基准面, 并在此面上插入在计算机图形软件中依前述方法作出的法向齿形;

4) 利用“扫描”功能扫描法向齿形, 即以螺旋线为扫描路径、以法向齿形为扫描轮廓, 生成行星摆线齿轮滚刀的基本蜗杆;

5) 利用“拉伸切除”功能, 将滚刀体沿轴线方向的 $1/4$ 部分切除, 即得到图 2 所示的三维立体图;

6) 在工程图模块中生成三视图, 可获得如图 3 所示的基本蜗杆的精确轴向齿形。

3 滚刀基本蜗杆轴向齿形曲线拟合的关键技术

3.1 滚刀基本蜗杆的轴向齿形为非对称形式

行星摆线齿轮滚刀的基本蜗杆为阿基米德蜗

杆, 其法向齿形对称, 则轴向齿形必然为非对称形式, 这就要求将轴向齿形分成左右两段分别加以拟合。

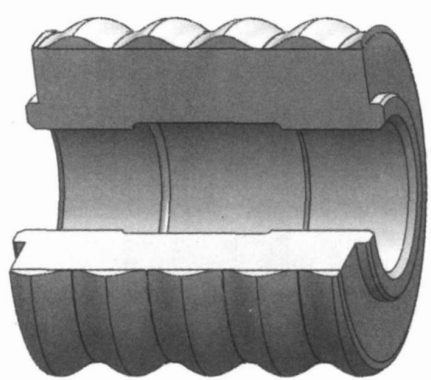


图 2 行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆立体剖视图

Fig 2 Stereo section of basic worm of planet-pendulum-gear hobbing cutter

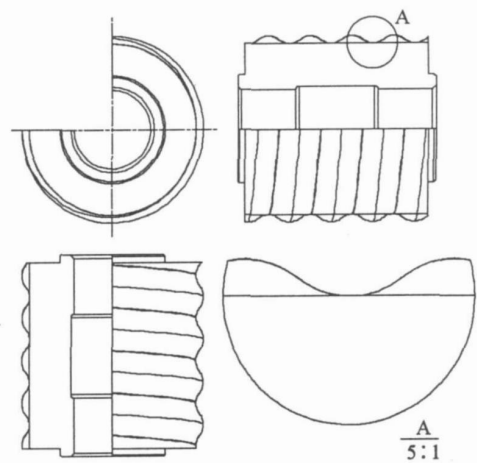


图 3 行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆的轴向齿形

Fig 3 Axial profile of basic worm of planet-pendulum-gear hobbing cutter

3.2 增加离散结点使曲线保形

应用 TableCurve 拟合行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆的轴向齿形并非如拟合法向齿形那样简单。拟合质量的高低除了要以相关指数、拟合标准误差和结点上的最大拟合误差作为精度评价指标, 还应将拟合曲线的连续性、光滑性和保形性纳入评价范畴。并非相关指数越大、拟合标准误差和结点上的最大拟合误差越小的数学模型越适用, 因为这些精度指标仅是针对离散结点的拟合效果评价, 而整条曲线的连续性、光滑性、保形性不一定

好. 目前在工程应用中主要是通过增加离散结点, 或是放松结点处的连续性条件使曲线保形^[3-4]. 表 1 列出了本文实例在各阶段得到的离散结点数

量, 除法向原始廓形, 其它均为在 CAXA 电子图板中型值点的查询结果.

表 1 各阶段离散结点数量
Table 1 The quantity of dispered nodes in various stages

法向原始廓形	法向廓形公式曲线	轴向原始廓形 (左)	轴向原始廓形 (右)
38	21	10	10

由表 1 可见, 轴向原始廓形离散结点的稀疏分布将严重影响其拟合曲线的保形性. 笔者认为, 利用 TableCurve 对行星摆线齿轮滚刀的基本蜗杆的轴向齿形进行二维曲线拟合时, 具备高密度的离散点集应作为前提条件, 具体做法如下:

- 1) 在 CAXA 电子图板界面中, 过左右轴向齿形的分界点作一条竖直线;
- 2) 在该竖直线与齿根圆的交点处设置用户坐标系;
- 3) 通过 “矩形阵列” 功能作出列间距为 0.1 mm 的该竖直线的系列等距线与轴向齿形相交;

- 4) 对于左右廓形, 分别查询出其型值点以及与上述等距线的交点, 合并成离散点集.

图 4 为用 TableCurve 拟合本文实例滚刀基本蜗杆齿槽左侧轴向齿形的效果, 其数学表达式为高精度标准多项式, 相关指数为 0.999 999 95, 拟合标准误差为 0.000 342 635 69, 结点上的最大拟合误差仅为 0.000 711 31. 成形精铲刀的廓形误差除了上述拟合误差, 还应包括数控系统的几何逼近误差、插补误差及线切割机床的加工系统误差, 而刀具设计手册规定该规格滚刀的齿形允差为 iv 级精度 0.025 mm、 ∇ 级精度 0.04 mm^[1], 故这个拟合精度是完全可以接受的.

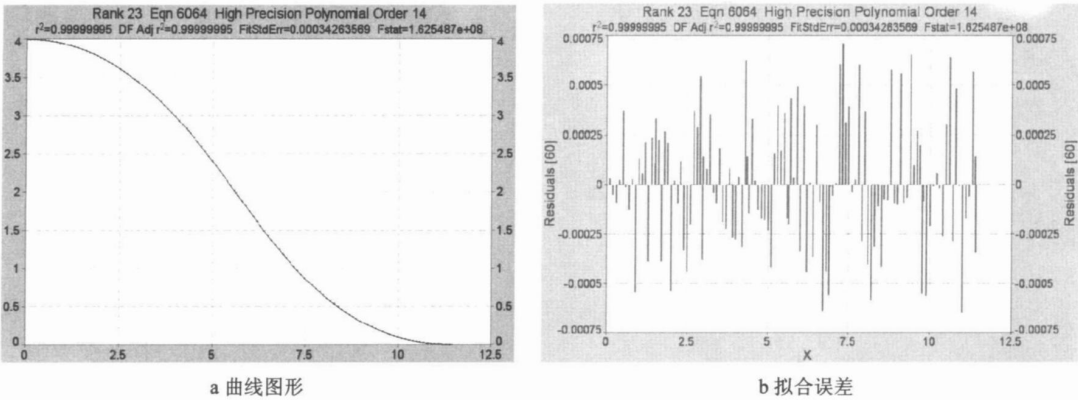


图 4 TableCurve 拟合齿槽左侧轴向齿形的效果
Fig 4 Left side of axial profile of a tooth imitated in TableCurve

4 结论

本文采用三维特征造型技术求出了行星摆线齿轮滚刀基本蜗杆的轴向齿形, 运用自动二维曲线拟合与经验公式查找软件寻求出滚刀基本蜗杆法向齿形和轴向齿形的精确数学模型, 从而为行星摆线齿轮滚刀及其成形精铲刀的简约化设计开辟了一条切实可行的途径.

参考文献:

[1] 四川省机械工业局. 复杂刀具设计手册 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1985
[2] 李必文. 机械设计分析中的曲线拟合 [J]. 现代制造工程, 2008(5): 72 - 74
[3] 杨老记, 谷群广. 齿轮滚刀造形误差的理论分析 [J]. 工具技术, 2003 (8): 30 - 31
[4] 方 逵. 保形三次 B 样条插值算法 [J]. 株洲工学院学报, 2003 17(5): 5 - 7.