

结合互信息熵差测度的高斯混合模型图像分割

胡亨伍, 罗 扬, 张 刘

(南华大学 计算机科学与技术学院, 湖南 衡阳 421001)

摘 要:从分割图像与原图像的内在联系出发,提出了一种基于高斯混合模型与互信息熵差结合的分割算法——GMM-DMI算法.利用期望极值化方法确定高斯混合模型的分量参数,以互信息熵差为模型选择准则,计算前分割图像与当前分割图像的互信息熵差,互信息熵差达到最小时即为最优解.实验结果表明,本算法所得到的目标图像的区域保持形状且定位性能好.

关键词:图像分割;高斯混合模型;互信息熵差

中图分类号:TP391

文献标识码:B

A Gauss Mixture Model with Difference of Mutual Information for Image Segmentation

HU Heng-wu, LUO Yang, ZHANG Liu

(College of Computer Science and Technology, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

Abstract: According to the internal relations between original image and segmented image, the gauss mixture model is combined with the difference of mutual information (DMI). The parameters of GMM can be obtained by using Expectation Maximization method, and in iteration process, an optimal component number will be determined by minimizing the DMI between the previous and current segmented images. The experimental results indicate that the proposed method has not only visually better segmentation effect but also better localization property.

Key words: image segmentation; GMM; DMI

图像分割是一个根据区域间的相似或不同把图像分割成若干区域的过程.在众多的图像分割方法中,基于特征空间聚类的混合模型方法常常能获得较稳定的分割结果.期望最大化(Expectation Maximization, EM)算法^[1]为模型参数提供了一种简单有效的极大似然估计解.传统的高斯混

合模型只考虑到图像像素的个体信息,而忽略了像素的空间分布以及分割图像与原图像的内在联系.当有突发噪声和边界灰度相溶时,得到的区域不能代表原图像区域的形状.

本文根据图像配准领域的研究成果,从分割图像与原图像的内在联系出发,提出了基于高斯

混合模型与互信息熵差相结合的方法. 首先利用最大极值化方法确定高斯混合模型的各分量参数, 以互信息熵差为模型选择准则, 当互信息熵差达到最小时即为最优解. 本算法对有突发噪声和边界灰度相融时图像有较好的分割效果, 而且得到的目标图像的区域保持形状且定位性能好.

1 GMM - DMI 算法

1.1 GMM 模型及其参数估计

设图像的像素集为 $X = \{X_i | i = 1, 2, \dots, n\}$, 其中 n 为像素个数, 每个像素是维数为 d (即 $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id}]^T$). X 服从有限高斯混合分布, 则像素 X_i 的概率密度函数可表示为:

$$P(X_i | \Theta) = \sum_{k=1}^K \pi_k P_k(X_i; \theta_k) \quad (1)$$

其中, K 为混合分量的个数; $\pi_1, \dots, \pi_K$ 是各个成分分布混合的先验概率; θ_k 是第 k 个混合分量的参数, 其参数 θ_k 由参数均值向量 μ_k 和协方差矩阵 Σ_k 所决定, 即 $\theta_k = \{(\mu_k, \Sigma_k), k = 1, 2, \dots, K\}$; $\Theta = \{(\pi_k, \theta_k), k = 1, 2, \dots, K\}$ 是所有参数的集合; π_k 满足如下条件:

$$\pi_k \geq 0, k = 1, 2, \dots, K \text{ 且 } \sum_{k=1}^K \pi_k = 1 \quad (2)$$

在式(2)约束下, 因为求式(1)参数的闭式解非常复杂, 故采用 EM 算法来对混合参数进行估计.

EM 算法由 E 步骤和 M 步骤的迭代组成^[2], 设 $\Theta^{(t)}$ 为第 t 次迭代后获得的参数估计值, 则在第 $t+1$ 次迭代时, E 步骤计算完全数据对数似然函数的期望:

$$Q(\Theta | \Theta^{(t)}) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K (\ln[\pi_k P_k(X_i; \theta_k)]) \times P(k | X_i; \Theta^{(t)})$$

M 步骤求取模型参数的极大似然估计值, 并实现对参数的更新:

$$\Theta^{(t+1)} = \arg\max_{\Theta} Q(\Theta | \Theta^{(t)})$$

高斯混合模型在很多情况下都能取得很稳定的结果, 并在很多领域得到了应用和发展, 但是, 该方法依然存在一些不足, 由于传统的高斯混合模型在参数估计过程中仅考虑了像素的个体信息, 未能利用图像的空间信息. 若待分割区域之间灰度差异不明显, 或者有一定噪声时, 则可能出现过分割或误分割, 丢失图像中部分区域的信息.

1.2 互信息熵差

当估计到混合模型参数后, 可以用信息理论准则去确定要分割的区域数目. 在文献中有一些信息理论可以用于模型选择, AIC^[3]、SIC^[4]、

BIC^[5]等, 这些准则把系统似然函数的极大值与参数数目结合起来去确定模型选择. 这些准则都受到前面提到的模型存在的缺陷的影响, 常常会导致分割区域数目的不确定性. 目前, 互信息量是公认的图像配准准则之一, Kim^[6]和 Regau^[7]等人尝试将之应用于图像分割中. 但少有论文使用互信息熵差测度作为模型选择准则.

给定原图像 I 和分割图像 S , 它们的熵和联合熵定义为:

$$\begin{aligned} H(I) &= - \sum_i F_I(i) \ln F_I(i) \\ H(S) &= - \sum_s F_S(s) \ln F_S(s) \\ H(I, S) &= - \sum_{i,s} F_{I,S}(i, s) \ln F_{I,S}(i, s) \end{aligned}$$

其中: $F_I(I)$ 、 $F_S(S)$ 、 $F_{I,S}(I, S)$ 分别为 I 和 S 的概率分布和联合概率分布. 互信息量 MI 定义为 $MI(I, S) = H(I) + H(S) - H(I, S)$ 互信息熵差 DMI 定义如下:

$$DMI_K(I) = MI(I, S_K) - MI(I, S_{K-1})$$

其中 I 为原图像, S_K 和 S_{K-1} 均为图像的分割图像, 且混合模型的分量个数分别为 K 和 $K-1$. 为了便于对不同的图像进行比较, 将 DMI 进行归一化处理, 有

$$KDMI_K(I) = \frac{MI(I, S_K) - MI(I, S_{K-1})}{MI(I, I)}$$

在对基于高斯混合模型的算法的研究中发现, 原图像 I 及其分割图像 S 之间的互信息量, 随着图像 S 中分量个数的增加而增加, 并收敛于其最大值 $MI(I, I)$; 随着分割图像 S 分量个数的增加, 归一化互信息熵差 $KDMI$ 随之递减或振荡下降, 并收敛于 0.

在这里将分割视为图像的一种退化, 分割后的图像可以看作是一种特殊模态的图像. 当它与原图像的空间位置一致, 求出的区域与原图像的形狀相吻合时互信息熵差达到最小值, 即认为所获得的最优分割结果包含有原图像的信息量最多. 其算法如下: 对图像 I , 其分割图像的分量个数 K 从 2 开始逐步增大, 并计算 $KDMI_K(I)$, 当 $KDMI_K(I) < \varepsilon$ 时, 则停止. K 即所求分量个数. 其中 ε 为一给定的阈值常数.

1.3 算法描述

GMM - DMI 算法. 首先利用期望极值化方法确定高斯混合模型的各分量参数, 以互信息熵差为模型选择准则, 并将其准则定义为:

$$J_{\text{choose}} = KDMI_K(I)$$

其主要步骤描述如下:

1) 给定原图像; 令初始分量个数 $K = 2$,

$MI(I, S_1) = 0$;

2) 建立高斯混合模型;

3) 初始化参数 θ ;

4) 用 EM 算法得到参数估计;

5) 根据模型分割 I 为 S_K ;

6) 计算准则 J_{choose} , 如果 $J_{choose} < \varepsilon$, 转步骤 7;
否则 $K = K + 1$, 转步骤 2;

7). $K - 1$ 即为所求分量个数, S_{K-1} 即为分割结果.

2 实验结果与分析

应用 GMM - DMI 算法对医学图像进行了分割实验, 图像大小为 355×383 , 如图 1 所示.

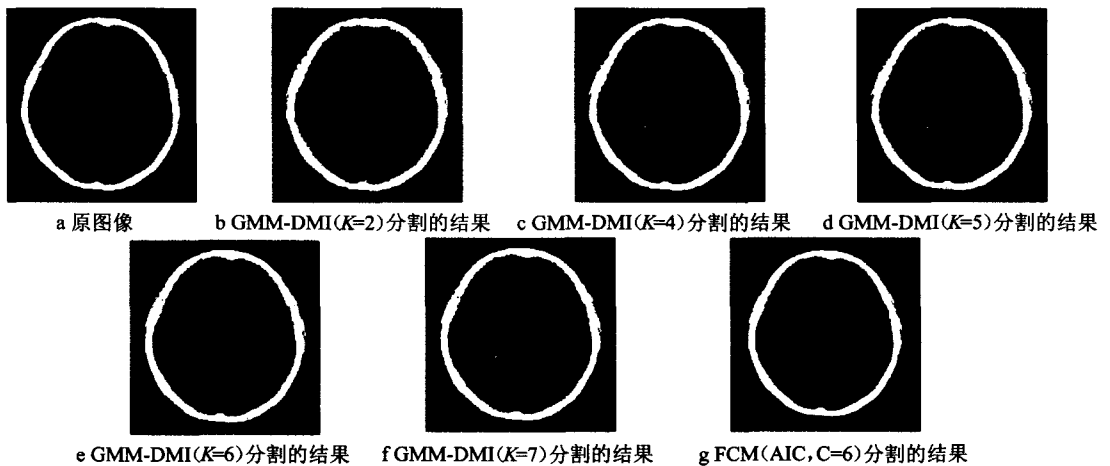


图 1 脑图像分割结果

Fig. 1 A brain image segmented results

其中图 1a 为原图像. 从图 1b 中到图 1f, 原图像 I 及其分割图像 S 之间的互信息量值 MI , 随着 S 中模型的分量个数 K 的增加而递增; 而 $KDMI$ 递减, 并在 $K = 7$ 时收敛于最小值. 从图 1f 和图 1g 可以发现, FCM 算法的处理结果中丢失原图像的目标信息比较严重, 过分割现象也较突出, GMM - DMI 算法较好的分割出灰质、白质、脑髓液等组织的同时, 对病灶也获得了较为正确的分割. 其中图 1f 为 GMM - DMI 算法的分割结果, 其模型的分量个数为 7, 并使得图像的目标区域保持形状且定位性能好; 图 1g 为 FCM 算法的分割结果, 其分类类数为 6.

3 结论

文章给出了一个基于高斯混合模型与互信息熵差结合的分割方法——GMM - DMI 算法. 该方法充分考虑了图像中像素的个体信息和空间信息, 以及分割后图像与原图像的内在联系, 且互信息熵差很好地描述了随着模型的分量个数增加时分割图像所包含原图像信息量的增加程度, 使得分割后的图像具有目标区域形状完好、位置信息准确等优点, 分割图像质量得到改善.

参考文献:

- [1] Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum - likelihood from incomplete data via the EM algorithm [J]. Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological), 1977, 39(1): 1 - 38.
- [2] 向日华, 王润生. 一种基于高斯混合模型的距离图像分割算法[J]. 软件学报, 2003, 14(7): 1250 - 1257.
- [3] Akaike H. A New Look at the Statistical Model Identification [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, AC - 19: 716 - 723.
- [4] Schwarz G. Estimating the dimension of a model [J]. The Annals of Statistics, 1978, 6(2): 461 - 464.
- [5] Raftery A E. Approximate Bayes factors and accounting for model uncertainty in generalised linear models [R]. Biometrika, 1996, 83(2): 251 - 266.
- [6] Kim J, Fisber J W, Cetin M, et al. Incorporating complex statistical information in active contour - based image segmentation [C] // Image Processing, 2003. ICIP 2003. Proceedings. 2003 International Conference on, 2003: 655 - 658.
- [7] Rigau J, Feixas M, Sbert M, et al. Medical Image Segmentation Based on Mutual Information Maximization [C] // Lecture Notes in Computer Science, 2004: 135 - 142.