文章编号:1673-0062(2009)02-0050-05

基于GA-FUZZY的投资组合满意度优化研究

李文峰,周晓东*,戴剑勇

(南华大学 经济管理学院,湖南 衡阳 421001)

摘 要:在Markowitz均值-方差模型的基础上,利用隶属度函数转化了投资组合预期收益与风险方差的函数关系表达式,构建了在不同模糊目标、模糊约束权重系数下的模糊投资组合集成模型,引入遗传算法有效地解决了投资组合模糊最优满意度决策问题.并以我国资本市场三种最基本的金融资产开展实证分析,取得了较好的效果.

关键词:投资组合;模糊规划;遗传算法;最大满意度
中图分类号:TD235 **文献标识码**:A

Optimization Research and Application of Satisfaction Degree for Portfolio Investment Based on Genetic Algorithms - fuzzy

LI Wen-feng, ZHOU Xiao-dong*, DAI Jian-yong
(School of Economics and Management, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China)

Abstract: This article has constructed the fuzzy investment profolio integration model under the different weight coefficient of the fuzzy target and the fuzzy constraint, which is based on the Markowitz average value - variance model foundation, and transformed the investment profolio anticipated income and the risk variance functional relation expression with the degree of membership function. It has effectively solved most superior degree of satisfaction decision - making problem of investment profolio by introducing genetic algorithm. And it has carried out demonstration analysis for three kinds of most basic finance property of our country capital market, which has obtained the good effect.

Key words: portfolio investment; fuzzy program; genetic algorithms; optimal degree of satisfaction

在丰富的金融投资理论中,组合投资理论占有非常重要的地位,投资决策也是金融机构经营活动中最基本的决策之一.现代投资组合理论试图解释获得最大投资收益与避免过分风险之间的基本权衡关系,也就是说投资者将不同的投资品种按一定的比例组合在一起作为投资对象,以达

收稿日期:2008-11-22
作者简介:李文峰(1973-),男,湖南邵阳人,南华大学经济管理学院经济师,南华大学经济管理学院硕士研究生.主要研究方向:金融风险管理. *通讯作者.

到在保证预定收益率的前提下把风险降到最小或者在一定风险的前提下使收益率最大. 第一个对此问题做出实质性分析的是美国经济学家马柯维茨(Markowitz)以及它所创立的马柯维茨的资产组合理论[1] Markowitz 证券投资组合的选择模型中,将证券投资组合的收益率看作随机变量,用收益率的期望作为证券投资组合的收益,收益率的方差看作证券投资风险的度量,运用矩阵代数、概率统计等数学方法定量的分析了证券投资中组合的选择问题. 最近国外一些学者认为马柯维茨对风险的定义具有一定的缺陷,从而提出了一些新的投资组合优化模型[2-6],其中较有影响的是使用 VaR 来定义风险,并以此推导出建立在 VaR 基础上的投资组合优化模型. 对 VaR 方法的研究也逐渐深入,但大多将重点放在投资组合市场风险的度量上[7-13],偶有少数研究报告对二者进行过综合分析,但其最终得出的投资组合有效前沿也值得商榷.

由于采用概率统计分析需事先知道参数的分布规律,而模糊规划方法无需知道其分布特征,可借助隶属度函数描述,因而模糊规划可较好解决不确定系统建模问题. 模糊规划模型的优化求解算法需将其转化成确定型模型才能求解,通常采用容差法对模糊线性规划进行转化,可有效地解决模糊线性规划问题,而某些模糊非线性规划问题,尤其涉及到多模糊目标及多模糊约束规划问题的转化求解是不可行的,且转化后的模型可能会破坏原问题的固有特性,因此,只需直接对模糊规划模型进行迭代优化求解. 而经典的优化理论难以得到全局最优解,可借助遗传算法等群体算法来求得系统全局最优问题. 文章以 Markowitz 均值 - 方差模型为基础,利用隶属度函数将其进行转化在不同权重系数下模糊投资组合集成优化模型,并引入遗传算法进行优化求解. 并以我国资本市场三种最基本的金融资产为例进行实证分析,验证这一成果的可靠性.

1　多模糊目标及多模糊约束的集成建模与算法研究

1.1　多模糊目标及多模糊约束的集成建模

基于模糊规划理论,不妨设 X 代表可能采用的全部策略,模糊目标 $\tilde{G}$ 是论域 X 上的一个模糊集合,隶属度函数为 $\mu_{\tilde{G}}: X \to [0,1]$,模糊目标反映决策者对目标的某种不确定性要求,$\mu_{\tilde{G}}$ 反映策略 x 相对于目标 $\tilde{G}$ 所能达到的满意程度. 模糊约束 $\tilde{C}$ 是对选择策略的一种限制,表示为策略域 X 上的一个模糊集合,隶属度函数 $\mu_{\tilde{C}}: X \to [0,1]$ 表示 x 符合约束条件的程度.

一般地,假定有 k 个模糊目标 $\tilde{G}_1, \tilde{G}_2, \cdots, \tilde{G}_k$ 和 m 个模糊约束 $\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \cdots, \tilde{C}_m$,如果所有的模糊目标和模糊约束都定义在策略空间 X 中并具有相同的重要性,则模糊决策 $\tilde{D}$ 将由全部模糊目标和模糊约束的交集构成,即

$$\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cdots \cap \tilde{G}_k \cap \tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2 \cap \cdots \cap \tilde{C}_m \tag{1}$$

且相应的极大化策略定义为

$$\max \mu_{\tilde{D}}(x) = \max_{x \in X} \min \{\mu_{\tilde{G}_1}(x), \mu_{\tilde{G}_2}(x), \cdots, \mu_{\tilde{G}_k}(x), \mu_{\tilde{C}_1}(x), \mu_{\tilde{C}_2}(x), \cdots, \mu_{\tilde{C}_m}(x)\} \tag{2}$$

当模糊目标和模糊约束具有不同的重要性时,Bellman 和 Zadeh 给出了凸模糊决策 $\mu_D^{CO}(x)$ 的定义,即

$$\mu_D^{CO}(x) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \mu_{\tilde{G}_i}(x) + \sum_{j=1}^{m} \beta_j \mu_{\tilde{C}_j}(x), \forall x \in X \tag{3}$$

且 $\sum_{i=1}^{k} \alpha_i + \sum_{j=1}^{m} \beta_j = 1, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$,其中 α_i, β_j 分别为对应的模糊目标和模糊约束的重要系数.

1.2　多模糊集成模型的遗传优化求解

非线性模糊系统模型因涉及的参数较多,经典的优化算法易陷入局部最优点,难以解决其全局优化问题. 遗传进化算法根据生物进化原理,基于群体寻优策略,经过选择、交叉、变异算子的迭代计算,可求得最优解(见图 1). 遗传算法是一种群体型操作,该操作以群体中的所有个体为对象,其突出特点就是把注意力集中到搜索空间中适应度最高的部分,无须导数或其他辅助信息,只用编码和适应度表示问题,是一种智能性的全局优化算法. 其实施步骤如下.

Step1:随机产生初始种群,个体数目一定,每个个体表示为染色体的基因编码;

Step2:计算个体适应度,并判断是否符合优化准则,若符合,输出最佳个体及其代表的最优解,并结束计算;否则转向第 3 步;

Step3:依据适应度选择再生个体,适应度高的个体被选中的概率高,适应度低的个体可能被淘汰;

Step4:按照一定的交叉概率和交叉方法,生成新的个体;

Step5:按照一定的变异概率和变异方法,生成新的个体;

Step6:由交叉和变异产生新一代种群,返回

到第 Step2.

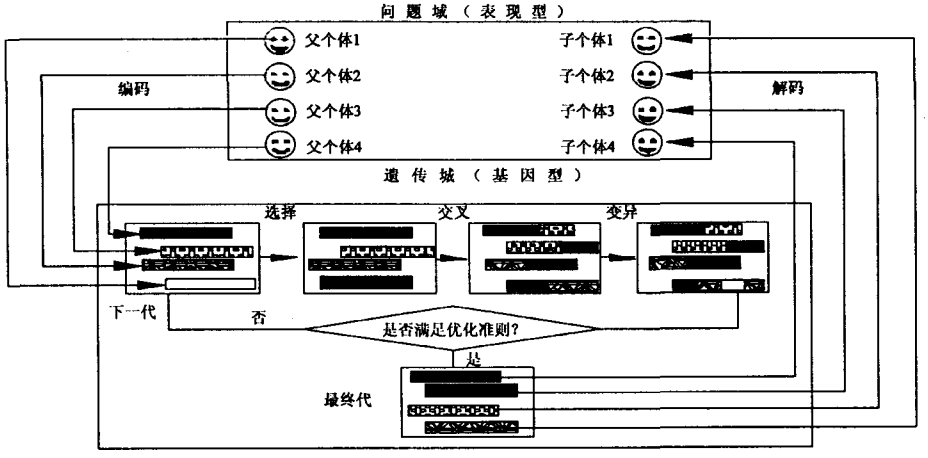

图1 遗传算法(GA)流程图

Fig. 1 Flow chart for genetic algorithms

2 不确定环境下投资组合的模糊优化模型

经典马柯维茨均值-方差模型为:

$$\max x^{\mathrm{T}}R = \bar{R}_p$$

$$s.t \begin{cases} x^{\mathrm{T}}vx \leqslant \tilde{\sigma}_p^2 \\ \Sigma x = 1 \end{cases} \tag{4}$$

其中,$\boldsymbol{R} = (R_1, R_2, \cdots, R_n)^{\mathrm{T}}$;$R_i = E(r_i)$ 是第 i 种资产的预期回报率;$X = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}}$ 是投资组合的权重向量;$V = (\sigma_{ij})_{n\times n}$ 是 n 种资产间的协方差矩阵;$\bar{R}_p$ 和 $\tilde{\sigma}_p^2$ 分别是投资组合的模糊期望回报率和回报率的模糊方差.

1)Step1 模糊参数属性度函数初始化设置

投资组合资产预期回报率 R 为效益型参数,方差 σ 为成本型参数,根据其属性性能将其属性度函数不妨分别设置如下

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 1, & x^{\mathrm{T}}R \geqslant R_{\max} \\ \dfrac{(x^{\mathrm{T}}R - R_{\min})}{R_{\max} - R_{\min}} & R_{\min} < x^{\mathrm{T}}R < R_{\max} \\ 0, & x^{\mathrm{T}}R \leqslant R_{\min} \end{cases} \tag{5}$$

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 0, & x^{\mathrm{T}}vx \geqslant \sigma_{\max}^2 \\ \dfrac{(\sigma_{\max}^2 - x^{\mathrm{T}}vx)}{\sigma_{\max}^2 - \sigma_{\min}^2} & \sigma_{\min}^2 < x^{\mathrm{T}}vx < \sigma_{\max}^2 \\ 1, & x^{\mathrm{T}}vx \leqslant \sigma_{\min}^2 \end{cases} \tag{6}$$

2)Step2 构造模糊集结函数

当收益率模糊目标和方差模糊约束具有不同的重要性时,利用 Bellman 和 Zadeh 的定义,得到其模糊集结度函数表达式为

$$\mu_D(x) = \alpha\mu_C(x) + (1-\alpha)\mu_{\tilde{C}}(x) \tag{7}$$

3)Step3 构目标函数与适应度函数

以集结函数作为目标函数,根据最大隶属度函数法则,则满足风险收益要求的目标隶属度函数最大化作为目标函数,将其设置成应用遗传算法

$$ObjV(x) = \mu_D(x) = \alpha\mu_C(x) + (1-\alpha)\mu_{\tilde{C}}(x) = fitness(x) \tag{8}$$

4)Step4 应用遗传算法优化求解

根据适应度函数,并借助遗传进化算法中实数编码方案进行编码,经过选择、交叉、变异、插入、迁移算子的迭代计算求解.

3 投资组合模糊优化实证分析

以我国资本市场三种最基本的金融资产-股票、基金、债券为例,下表1给出了三类资产的日平均回报率、回报率的标准差以及协方差矩阵.其资产有效组合前沿可求得如图2所示.

不妨设组合收益率区间控制在[0.0083, 0.219],组合的标准差控制在[0.27, 1.46]内,利用上述方法进行资产组合优化分析.根据模糊目标及模糊约束的权重系数 α 构建模糊集结函数,利用遗传算法分别求得在不同模糊目标及模糊约束权重系数 α 下的三类资产的最佳配比(见表2)及迭代优化求解最大满意度值(见图3、图4等).

这些结果表明具有较好的决策参考价值,能得到　　较好投资组合满意度.

表 1　股票、基金、债券的日均回报率、风险数据及协方差矩阵

Table 1　Everyday average expect return, risk data and covariance metrix for stock, fund and bond

	回报率均值/%	回报率标准差/%	协方差矩阵		
股票	0.021 9	1.46	2.14	1.42	0.020 8
基金	0.018 3	1.12	1.42	1.25	0.003 7
债券	0.007 7	0.28	0.020 8	0.003 7	0.078

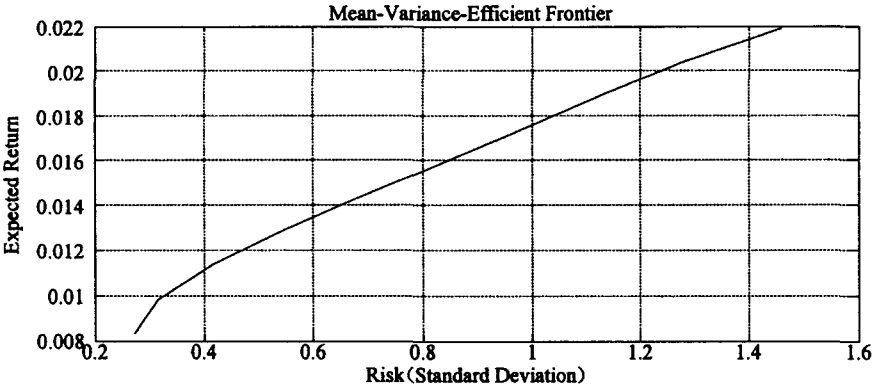

图 2　三种最基本的金融资产——股票、基金、债券资产组合有效前沿图

Fig. 2　Chart for efficient frontier of portfolios for a given group of assets – stock, fund and bond

表 2　股票、基金、债券的组合模糊优化配比及最大满意度

Table 2　Fuzzy optimization matching and optimal degree of satisfaction for stock, fund and bond

	股票	基金	债券	最大满意度
权重系数 $\alpha=0.1$	0.000 0	0.127 4	0.872 6	0.932 1
0.2	0.083 3	0.038 1	0.878 5	0.828 6
0.3	0.000 0	0.127 6	0.872 4	0.725 0
0.4	0.070 4	0.050 8	0.878 8	0.621 4
0.5	0.010 5	0.116 2	0.873 3	0.517 8
0.6	0.077 4	0.043 8	0.878 7	0.414 3
0.7	0.025 7	0.099 8	0.874 5	0.310 7
0.8	0.000 0	0.127 4	0.872 6	0.207 1
0.9	0.000 0	0.127 7	0.872 3	0.103 5

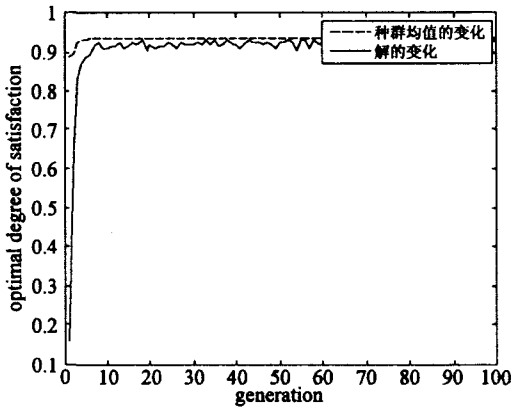

图 3　$\alpha=0.1$ 时的最大满意度迭代优化图

Fig. 3　Generation optimization chart for optimal degree of statisfaction in $\alpha=0.1$

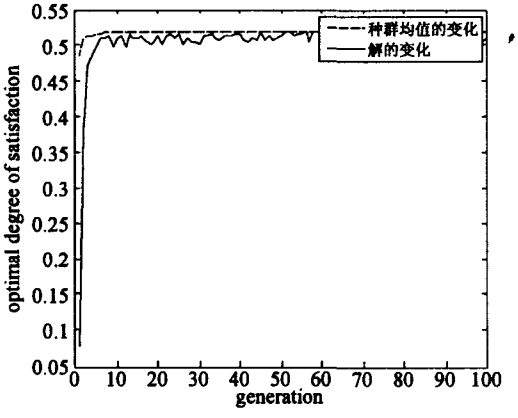

图 4　$\alpha=0.5$ 时的最大满意度迭代优化图

Fig. 4　Generation optimization chart for optimal degree of statisfaction in $\alpha=0.5$

4 结束语

马柯维茨的证券组合理论是现代投资理论和投资实践的基础,他的均值 - 方差模型给出了投资决策的最基本也是最完整的框架. 本文在 Markowitz 均值 - 方差模型的基础上,利用隶属度函数转化了投资组合预期收益与风险方差的函数关系表达式,构建了模糊目标及模糊约束在不同权重系数下资产组合集成模型,引入遗传算法的选择、交叉、变异算子的迭代优化求解有效地解决了其最优组合投资满意度决策问题. 并以我国资本市场三种最基本的金融资产——股票、基金、债券为例开展实证分析,并应用模糊集成建模及遗传算法求得三类资产的最佳配比与最大满意度值. 本文希望能够对我国证券市场的投资者,尤其是机构投资者的证券投资活动有所裨益.

参考文献:

[1] Markowitz H. Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952,3(7):77 - 91.

[2] Konno H. Piecewise linear sisk functions and portfolio optimization[J]. Journal of the Operations Research Society of Japan,1990,33(2):139 - 156.

[3] Mansini R,Speranza M G. Heuristic algorithms for theportfolio selection problem with minimum transaction lots [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 114:219 - 233.

[4] Speranza M G. Linear programming models for portfolio optimization[J]. Finance,1993,14:107 - 123.

[5] Young M R. A minimax portfolio selection rule with linear programming solution [J]. Management Science, 1998,44:673 - 683.

[6] Cai X Q,Teo K L,Yan X Q,et al. Portfolio optimization under a minimax rule[J]. Management Science,2000, 46:957 - 972.

[7] Alexander G J,Baptista A M. Economic implications of using a mean - VaR model for portfolio selection: A comparison with mean - variance Analysis[J]. Journal of Economic Dynamics and Control,2002,26:1159 - 1193.

[8] 李仲飞,汪寿阳. EaR 风险度量与动态投资决策[J]. 数量经济技术经济研究,2003,20(1):45 - 51.

[9] 姚 京,李仲飞. 基于 VaR 的金融资产配置模型[J]. 中国管理科学,2004,12(1):8 - 14.

[10] 韩其恒,唐万牛,李光泉. 机会约束下的投资组合问题[J]. 系统工程学报,2002,17(1):87 - 91.

[11] 刘庆伟,彭大衡. 投资机会与 VaR 约束下的投资组合分析[J]. 经济数学,2002,19:85 - 89.

[12] 王燕青,唐万生,韩其恒. 基于遗传算法的概率准则组合证券模拟求解[J]. 管理科学学报,2002,5(6): 29 - 33.

[13] 曹国华,黄 薇. 安全第一的证券组合优化模型与绩效管理[J]. 重庆大学学报,2000,23(3):94 - 96.

(上接第 25 页)

2)石灰石细度不同,对烧结砖质量影响的方式也不同. 粒度越粗,由游离 CaO 吸湿消解产生的膨胀应力越集中,越容易产生石灰爆裂现象;粒度越细,产生的膨胀应力越容易被分散,越有助于减弱或消除石灰爆裂的发生.

3)根据石灰石细度与烧结砖发生石灰爆裂的石灰石临界含量之间的关系曲线,可以有效地指导生产实践.

参考文献:

[1] 梁嘉琪,尚江山. 治理石灰爆裂的"16 字方针"与固化剂应用兼谈产生泛霜的原因及解决办法[J]. 砖瓦,2004(8):23 - 25.

[2] 冯书保,侯海江,袁东海. 解决煤矸石烧结砖"石灰爆裂"的方案[J]. 砖瓦,2008(8):44 - 45.

[3] 石新城,阎法强,姜洪义. 高钙煤矸石细度与石灰爆裂关系的研究[J]. 硅酸盐通报,2002(4):60 - 62.

[4] 刘家弟,刘凤春,丁东业,等. 煤矸石烧结空心砖的原料选择和生产工艺影响因素研究[J]. 非金属矿,2004,27(4):18 - 20.

[5] 缪正坤,林丽娟. 煤矸石中氧化钙氧化镁对煤矸石烧结砖质量的影响[J]. 砖瓦,2007(3):14 - 16.

[6] 承德让. 石灰石对煤矸石粘土烧结砖质量的影响[J]. 砖瓦,1993(6):17 - 19.

[7] 冯志刚,史文革,王清良,等. 紫色砂页岩烧结砖存在的问题及工艺改进研究[J]. 非金属矿,2005,28(4): 36 - 37.

[8] 王世杰,季宏兵,欧阳自远,等. 碳酸盐岩风化成土作用的初步研究[J]. 中国科学(D),1999,29(5):441 - 449.

[9] 李 宁,周俊虎,岑可法. 高温固硫物相的研究[J]. 浙江大学学报(工学版),2003,37(5):612 - 616.