

水域污染控制的微分博弈研究

易永锡^①,许荣伟^①,赵 曼^①,程粟粟^①,邹伟光^①
(南华大学 经济管理学院,湖南 衡阳 421001)

[摘 要] 排污权交易制度是一项行之有效的环境污染控制政策。文章运用微分博弈理论建立某水域两个企业水污染物排放控制的微分博弈模型,以两个企业的瞬时排污量为控制变量,以共同水域的污染物存量为状态变量,分析了独立决策和联合决策两种模式下的博弈策略。独立决策模式下两企业追求自身利益最大化,联合决策模式下追求总体利益最大化,运用动态最优化理论和方法,求出两种决策模式下的马尔科夫纳什均衡策略,并对结果进行比较分析。结果表明,两企业采取联合决策要比独立决策时能够实现更低的排污量、更低的污染物存量。

[关键词] 排污权交易; 微分博弈; 动态最优化

[中图分类号] F276 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1673-0755(2017)05-0077-07

我国严峻的环境污染问题日益受到人们的关注,而水污染环境尤为突出,并且呈现出迅速恶化的趋势。如何科学借鉴并引入排污权交易制度以有效解决水域污染问题,是当前我国环境经济学领域的一个重要研究课题。微分博弈理论为污染治理问题提供了一个有效的分析工具,它能够分析参与各方策略之间的相互影响,以及污染物的动态变化。Kilgour等^[1]首次采用博弈理论以COD(化学需氧量)总量控制为例,分析了流域污染物总量控制的问题。Martina Stimming^[2]研究了实施排污税和排污许可证两种环境政策下两个企业的微分博弈问题,得出反馈策略导致的投资和排污总量比开环策略要高。Gersbach等^[3]比较了大型厂商的投资决策对政府未来的环境政策具有影响的情况下的税收和排污权交易两种政策,认为排污权交易政策效果更好。John A.List等^[4]运用微分博弈理论分析了次优条件下跨界污染治理的最优制度安排问题,在联合决策中,对两地制定相同的排污策略。如果两地区的排污收益不对称,且初始排污水平较低时,独立决策会比联合决策更优。蔡玲如^[5]研究了环境污染监督博弈问题,通过建立微分博弈模型下,分析惩罚策略对政府环境监管部门与生产排污企业收益的影响,提出了一种既能稳定博弈过程的波动性,又能

完全抑制企业超标排污概率的惩罚策略。Li^[6]研究了基于排污权交易制度的企业跨界污染微分博弈问题,运用动态最优化理论得出两地区在采取合作模式下的净收益要高于非合作模式的结论。易永锡等^[7]建立了一个基于排污权交易的厂商污染治理技术投资模型,并运用最优控制理论研究了在不同情况下厂商污染治理技术投资的最优控制策略问题。研究结果表明,排污权交易对厂商的污染治理技术投资具有较好的激励作用。

本文以某地区湖泊或水库水域周边的两个生产型企业为研究对象,两企业都向该水域排放污染物,对水体环境造成污染和破坏。众所周知,任何一个企业排放的污染物都会对另一个企业造成危害,任何一个企业的减排也都会给另一地区企业带来好处,因此,两地区企业之间构成博弈关系。考虑连续时间内的决策,则构成一个微分博弈。

一 基本假设

为了理论分析的需要,下面给出必要的基本假设及说明:

假设该水域是某地区的湖泊或水库,周边的两个生产型企业,记为企业 $n(n=1,2)$ 。两企业共同使用该水域,同时向该水域排污,仅考虑单一污

[收稿日期] 2017-05-07

[基金项目] 国家社会科学基金青年项目“中国低碳城市试点的政策绩效评价及优化研究”资助(编号:15CJY037);湖南省哲学社会科学基金项目“环境规制的绿色创新激励效应及其优化选择研究”资助(编号:16YBA315);湖南省研究生科研创新项目“基于排污权交易的湘江流域跨界水污染控制策略研究”资助(编号:CX2017B511)

[作者简介] 易永锡(1965-),男,湖南湘乡人,南华大学经济管理学院教授,博士。

^①南华大学经济管理学院硕士研究生。

染物。

设每个企业都只生产同一种产品,在给定的生产要素和技术水平条件下,工业总产量记为 Q_n ($n=1,2$)。引入时间因素,假设 t 时刻的工业总产量为 $Q_n(t)$,污染排放量为 $E_n(t)$,根据文献[3], $Q_n(t)$ 和 $E_n(t)$ 的函数关系可以表示为 $Q_n=B_n(E_n(t))$, $B_n(t)$ 表示技术因素。根据 $Q_n(t)$ 和 $E_n(t)$ 的关系,可将工业利润 $L_n(t)$ 函数表示为 $E_n(t)$ 的二次凹函数,具体表达式为:

$$L_n(t) = A_n E_n(t) - \frac{1}{2} E_n^2(t)$$

上式的涵义是:当排污量水平较低时,企业利润是排污量的递增函数,且边际利润递减;当排污量达到并超过某一水平后,增加排污量则会使企业利润减少,边际利润变为负。文献[3][8][9]采用的也是这种利润函数。设 $A_1=A$, $A_2=\alpha A$, $\alpha>0$, $A>0$, α 表示企业 1 和企业 2 的边际工业利润差异系数。

该水域的污染物来源于两企业,设时刻 t 的污染物存量 $P(t)$,一方面,两企业的污染排放使该水域污染物存量上升,另一方面,水体具有自我净化能力,使污染物存量下降, $P(t)$ 的变化规律用微分状态方程表示:

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) &= E_1(t) + E_2(t) - \theta P(t) \\ P(0) &= P_0, P(t) \geq 0 \end{aligned}$$

上式中, $E_1(t)$ 表示企业 1 在时刻 t 的瞬时排污量, $E_2(t)$ 表示企业 2 在时刻 t 的瞬时排污量, $\theta>0$ 是水体自净能力系数, $P_0>0$ 表示初始污染物存量。

该流域所在地区实施排污权交易制度,两企业遵守规定,其排污权初始分配采用免费分配方式,两个企业在时刻 t 的初始排污权数量分别为 E_{10} 和 E_{20} 。假定排污权市场是完全竞争市场,两企业都是排污权价格的接受者,设排污权价格恒为 ρ 。对每个企业来说,超过额定排污量需要购买排污权,若有剩余排污权,则可出售获利,每个企业的收益函数为:

$$\Pi_n(t) = A_n E_n(t) - \frac{1}{2} E_n^2(t) - \rho(E_n(t) - E_{n0})$$

假设环境污染损害成本是水体污染存量的线性函数,设企业 n 的环境损害成本为: $C_n(t)=D_n P(t)$,其中 $D_1=D$, $D_2=\beta D$, β 表示两企业污染损害成本差异系数。

各企业均追求长期收益净现值最大化,假定计划期间 $T \rightarrow \infty$,贴现率为 r ,企业 n 的长期收益净现值最大化函数表示为

$$J_n(t) = \max_{E_n \geq 0} \int_0^{\infty} e^{-rt} [(A_n - \rho) E_n(t) - \frac{1}{2} E_n^2(t) + \rho E_{n0} - D_n P(t)] dt$$

二 独立决策模式条件下的分析

(一) 基本模型

独立决策(非合作)时,两个企业都以自身长期收益净现值最大化为目标,同时、独立地进行排污量控制决策。每个企业的排污都会通过影响共同水域的污染物存量来影响另一个地区企业的收益,两地区企业的独立排污决策问题构成了一个以各自瞬时排污量 $E_1(t)$, $E_2(t)$ 为控制变量,污染物存量 $P(t)$ 为状态变量,以各自收益净现值最大化为目标的微分博弈问题,该问题的模型如下:

企业 1、2 的利润最大化表述为:

$$J_1(t) = \max_{E_1 \geq 0} \int_0^{\infty} e^{-rt} [(A - \rho) E_1(t) - \frac{1}{2} E_1^2(t) + \rho E_{10} - DP(t)] dt \quad (1a)$$

$$J_2(t) = \max_{E_2 \geq 0} \int_0^{\infty} e^{-rt} [(\alpha A - \rho) E_2(t) - \frac{1}{2} E_2^2(t) + \rho E_{20} - \beta DP(t)] dt \quad (1b)$$

$$\text{约束条件为:} \begin{cases} \dot{P}(t) = E_1(t) + E_2(t) - \theta P(t) \\ P(0) = P_0, P(t) \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

(二) 排污策略的纳什均衡解

式(1a)、(1b)的现值 Hamilton 函数为:

$$\begin{aligned} H_{1N} &= (A - \rho) E_1(t) - \frac{1}{2} E_1^2(t) + \rho E_{10} - DP(t) + \\ &\lambda_1 [E_1(t) + E_2(t) - \theta P(t)] \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} H_{2N} &= (\alpha A - \rho) E_2(t) - \frac{1}{2} E_2^2(t) + \rho E_{20} - \beta DP(t) + \\ &\lambda_2 [E_1(t) + E_2(t) - \theta P(t)] \end{aligned} \quad (3b)$$

其中, λ_n ($n=1,2$) 是与 $P(t)$ 相联系的共态变量。企业利润最大化要达到下列条件:

$$\frac{\partial H_{1N}}{\partial E_1(t)} = A - \rho - E_1(t) + \lambda_1; \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_{2N}}{\partial E_2(t)} = \alpha A - \rho - E_2(t) + \lambda_2$$

$$\dot{P}(t) = E_1(t) + E_2(t) - \theta P(t) \quad (5)$$

$$\dot{\lambda}_{1N} = (r+\theta)\lambda_{1N} + D; \dot{\lambda}_{2N} = (r+\theta)\lambda_{2N} + \beta D \quad (6)$$

$$P(0) = P_0, P(T) \geq 0, \lambda_1(T) = \lambda_2(T) = 0 \quad (7)$$

解方程得到独立决策下的最优排污率:

$$E_{1N}^*(t) = A - \rho - \frac{D}{r+\theta}; E_{2N}^*(t) = \alpha A - \rho - \frac{\beta D}{r+\theta} \quad (8)$$

根据(8)式可以得到以下性质:

1、当 $\rho \geq A - \frac{D}{r+\theta}$ 时, 企业1的均衡策略是 $E_{1N}^*(t) = 0$; 同样, 当 $\rho \geq \alpha A - \frac{\beta D}{r+\theta}$ 时, 企业2的均衡策略是 $E_{2N}^*(t) = 0$; 则 $0 < \rho < \min\left\{A - \frac{D}{r+\theta}, \alpha A - \frac{\beta D}{r+\theta}\right\}$ 是排污权价格的合理区间。实际来说, $E_n(t) \geq 0$, 因此本文主要分析 $E_{1N}^*(t) > 0, E_{2N}^*(t) > 0$ 的情况。

2、当 $A - \rho - \frac{D}{r+\theta} = E_{10}$ 时, 企业1不进行排污权的交易; 当 $A - \rho - \frac{D}{r+\theta} > E_{10}$ 时, 企业1需要购买排污权; 当 $A - \rho - \frac{D}{r+\theta} < E_{10}$ 时, 企业1可以出售排污权。

3、当 $\alpha A - \rho - \frac{\beta D}{r+\theta} = E_{20}$ 时, 企业2不进行排污权的交易; 当 $\alpha A - \rho - \frac{\beta D}{r+\theta} > E_{20}$ 时, 企业2需要购买排污权; 当 $\alpha A - \rho - \frac{\beta D}{r+\theta} < E_{20}$ 时, 企业2可以出售排污权。

4、 $\frac{\partial E_n^*(t)}{\partial \rho} < 0, \frac{\partial E_n^*(t)}{\partial r} > 0, \frac{\partial E_n^*(t)}{\partial D} < 0, \frac{\partial E_n^*(t)}{\partial \theta} > 0, (n=1, 2)$, 说明排污权市场价格 ρ 越高, 最优排污率越低; 市场贴现率 r 越高, 最优排污率越高; 单位污染物环境损害成本 D 越高, 最优排污率越低; 水体自净能力 θ 越高, 最优排污率越高。

(三) 污染物存量的最优轨迹

将式(8)代入到式(2)中, 得到: $\dot{P}(t) = (1+\alpha)A - 2\rho - \frac{(1+\beta)D}{r+\theta} - \theta P(t)$ (9)

这是一个常微分方程, 根据标准的微分方程求解方法, 可以解得独立决策下两企业采取均衡策略时的污染物存量最优轨迹:

$$P_N(t) = \left[P_0 - \frac{(1+\alpha)A - 2\rho}{\theta} + \frac{(1+\beta)D}{(r+\theta)\theta} \right] e^{-\theta t} + \frac{(1+\alpha)A - 2\rho}{\theta} - \frac{(1+\beta)D}{(r+\theta)\theta} \quad (10)$$

注意到, $\lim_{t \rightarrow \infty} P_N(t) = \frac{(1+\alpha)A - 2\rho}{\theta} - \frac{(1+\beta)D}{(r+\theta)\theta}$, 记为 $\bar{P}_N$ 。

这说明不论当前污染物存量有多少, 只要两企

业都追求收益净现值最大化, 那么随着时间 t 的推移, 污染物存量将趋近于一个常量 $\bar{P}_N$, 即达到一个稳定的水平, 从而可得到以下性质:

$$1、\frac{\partial \bar{P}_N}{\partial \rho} < 0, \frac{\partial \bar{P}_N}{\partial r} > 0, \frac{\partial \bar{P}_N}{\partial D} < 0, \text{说明排污权市场价格 } \rho \text{ 越高, 则稳态的污染物存量水平将越低; 贴现率 } r \text{ 越高, 则稳态的污染物存量水平将越高; 污染的环境损害成本 } D \text{ 越高, 则稳态的污染物存量水平将越低。}$$

2、若初始污染物存量 $P_0 > \bar{P}_N$, 则 $\frac{\partial P(t)}{\partial t} < 0$, 污染物存量随时间递减, 趋近于 $\bar{P}_N$; 若 $P_0 < \bar{P}_N$, 则 $\frac{\partial P(t)}{\partial t} > 0$, 污染物存量随时间递增, 趋近于 $\bar{P}_N$; 若 $P_0 = \bar{P}_N$, 则污染物存量保持在 $\bar{P}_N$ 水平不变。

三 联合决策模式条件下的分析

(一) 基本模型

若两个企业的计划排污量由上级监管部门统一决策, 以两个企业长期收益净现值总和最大化为目标。两企业的联合排污决策问题构成了一个以两企业的瞬时排污量为控制变量, 水域污染物存量为状态变量, 两企业收益净现值总和最大化为目标的微分博弈问题, 该问题的模型如下:

两企业联合决策利润最大化可表述为:

$$J_C(t) = \max_{E_1 \geq 0, E_2 \geq 0} \int_0^{+\infty} e^{-rt} [AE_1(t) + \alpha AE_2(t) - \frac{1}{2}(E_1^2(t) + E_2^2(t)) - \rho(E_1(t) + E_2(t)) - E_{10} - E_{20} - (1+\beta)DP(t)] dt \quad (11)$$

约束条件(状态方程)为:

$$\begin{cases} \dot{P}(t) = E_1(t) + E_2(t) - \theta P(t) \\ P(0) = P_0, P(t) \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

(二) 排污策略的纳什均衡解

式(11)的现值 Hamilton 函数为:

$$H_C = (A - \rho)E_1(t) + (\alpha A - \rho)E_2(t) - \frac{1}{2}(E_1^2(t) + E_2^2(t)) + \rho(E_{10} + E_{20}) - (1+\beta)DP(t) + \lambda_C [E_1(t) + E_2(t) - \theta P(t)] \quad (13)$$

其中, λ_C 是与 $P(t)$ 相联系的共态变量。

根据现值 Hamilton 函数, 两企业联合利润最大化要达到下列条件:

$$\frac{\partial H_c}{\partial E_1(t)} = A - \rho - E_1(t) + \lambda_c$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial E_2(t)} = \alpha A - \rho - E_2(t) + \lambda_c \quad (14)$$

$$\dot{P}(t) = E_1(t) + E_2(t) - \theta P(t)$$

$$P(0) = P_0, P(T) \geq 0 \quad (15)$$

$$\dot{\lambda}_c = (r + \theta)\lambda_c + (1 + \beta)D; \lambda_c(T) = 0 \quad (16)$$

解方程得到联合决策下的最优排污率:

$$E_{1c}^*(t) = A - \rho - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta}$$

$$E_{2c}^*(t) = \alpha A - \rho - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta} \quad (17)$$

由以上结果得到如下性质:

1、 $0 < \rho < \min\left\{A - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta}, \alpha A - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta}\right\}$ 是

$E_{1c}^*(t) > 0, E_{2c}^*(t) > 0$ 的充要条件, 本文以下分析假定 $E_{1c}^*(t) > 0, E_{2c}^*(t) > 0$ 。

2、当 $A - \rho - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta} = E_{10}$ 时, 企业 1 不进行排污权的交易; 当 $A - \rho - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta} > E_{10}$ 时, 企业 1 需要购买排污权; 当 $A - \rho - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta} < E_{10}$ 时, 企业 1 可以出售排污权。

3、当 $\alpha A - \rho - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta} = E_{20}$ 时, 企业 2 不进行排污权的交易; 当 $\alpha A - \rho - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta} > E_{20}$ 时, 企业 2 需要购买排污权; 当 $\alpha A - \rho - \frac{(1 + \beta)D}{r + \theta} < E_{20}$ 时, 企业 2 可以出售排污权。

当企业 1 和企业 2 一个是需求者, 一个是供给者时, 可以优先进行内部排污权的调度使用, 当内部供给不足时向外部购买, 内部充足时可向外出售, 获取收益。

$$4、\frac{\partial E_{nc}^*(t)}{\partial \rho} < 0, \frac{\partial E_{nc}^*(t)}{\partial r} > 0, \frac{\partial E_{nc}^*(t)}{\partial D} < 0, \frac{\partial E_{nc}^*(t)}{\partial \theta} >$$

0, ($n=1, 2$), 说明排污权市场价格 ρ 越高, 最优排污率越低; 市场贴现率 r 越高, 最优排污率越高; 单位污染物环境损害成本 D 越高, 最优排污率越低; 水体自净能力 θ 越高, 最优排污率越高。

(三) 污染物存量的最优轨迹

将式 (17) 代入到式 (2) 中, 整理得到:

$$\dot{P}(t) = (1 + \alpha)A - 2\rho - \frac{2(1 + \beta)D}{r + \theta} - \theta P(t) \quad (18)$$

根据标准的微分方程求解方法, 可以解得联合决策下两企业采取均衡策略时的污染物存量最优轨迹:

$$P_c(t) = \left[P_0 - \frac{(1 + \alpha)A - 2\rho}{\theta} + \frac{2(1 + \beta)D}{(r + \theta)\theta} \right] e^{-\theta t}$$

$$+ \frac{(1 + \alpha)A - 2\rho}{\theta} - \frac{2(1 + \beta)D}{(r + \theta)\theta} \quad (19)$$

注意到, $\lim_{t \rightarrow \infty} P_c(t) = \frac{(1 + \alpha)A - 2\rho}{\theta} - \frac{2(1 + \beta)D}{(r + \theta)\theta}$, 记为 $\bar{P}_c$ 。

这说明不论当前污染物存量有多少, 只要两企业联合追求收益净现值最大化, 那么随着时间 t 的推移, 污染物存量将趋近于一个常量 $\bar{P}_c$, 即达到一个稳定的水平, 从而可得到以下性质:

$$1、\frac{\partial \bar{P}_c}{\partial \rho} < 0, \frac{\partial \bar{P}_c}{\partial r} > 0, \frac{\partial \bar{P}_c}{\partial D} < 0, \text{说明排污权市场价格 } \rho \text{ 越高, 则稳态的污染物存量水平将越低; 贴现率 } r \text{ 越高, 则稳态的污染物存量水平将越高; 污染的环境损害成本 } D \text{ 越高, 则稳态的污染物存量水平将越低。}$$

2、若初始污染物存量 $P_0 > \bar{P}_c$, 则 $\frac{\partial P(t)}{\partial t} < 0$, 污染物存量随时间递减, 趋近于 $\bar{P}_c$; 若 $P_0 < \bar{P}_c$, 则 $\frac{\partial P(t)}{\partial t} >$

0, 污染物存量随时间递增, 趋近于 $\bar{P}_c$; 若 $P_0 = \bar{P}_c$, 则污染物存量保持在 $\bar{P}_c$ 水平不变。

四 两种决策模式的比较分析

在独立(非合作)决策模式下, 两企业的决策是分别从各自利益最大化角度出发选择的, 而在联合决策(合作)模式下, 两企业组成一个合作联盟, 从整体利益出发, 统一决策。两种决策模式的均衡策略以及对环境的影响具有不同的特点:

(一) 最优排污率的比较分析

$E_{1c}^*(t) < E_{1N}^*(t)$, 企业 1 的瞬时排污量差额为 $\Delta E_1(t) = E_{1N}^*(t) - E_{1c}^*(t) = \frac{\beta D}{r + \theta}$, 即独立决策模式下该水域中企业 1 的瞬时排污量比联合决策时高 $\frac{\beta D}{r + \theta}$; 同样的, $E_{2c}^*(t) < E_{2N}^*(t)$, 企业 2 的瞬时排污

量差额为 $\Delta E_2(t) = E_{2N}^*(t) - E_{2c}^*(t) = \frac{D}{r + \theta}$, 即独立决

策模式下该水域中企业 2 的瞬时排污量比联合决策时高 $\frac{D}{r+\theta}$ 。对于两企业整体而言, $\Delta E(t) = \Delta E_1(t) + \Delta E_2(t) = \frac{(1+\beta)D}{r+\theta}$,该水域总瞬时排污量在联合决策模式减少了 $\frac{(1+\beta)D}{r+\theta}$ 。由此说明,联合决策(合作)时两个企业的排污量都比独立决策(非合作)时小,减少的排污量与污染物单位损害成本 D 、贴现率 r 、水体自净能力系数 θ 和两企业污染损害成本差异系数 β 均有关。

进一步分析发现,联合决策模式下 $\frac{\partial E_c^*(t)}{\partial \alpha} > 0$,说明工业利润差异越大,联合排污水平越高;工业利润差异越小,联合排污水平越低。所以作为环境规划部门,在制定联合排放标准政策时要充分考虑所在地区企业的利润水平差异,将工业利润差异相对较小的企业组成合作联盟,统一规划排污决策。

由 $\frac{\partial E_c^*(t)}{\partial \beta} < 0$ 可知,企业污染损害成本差异系数 β 与联合排污水平成反比关系。联合模式下的各企业间污染物损害成本差异越大,排污水平就越低。

企业间的污染物损害成本差异越大,说明必有一个企业的污染损害成本较大,对自身或对方的生产造成较大的影响。当两企业组合联盟状态时,从整体利益出发,污染损害成本较大的企业必定会通过加大污染投资或其他手段来减低污染物的排放。

(二) 污染物存量动态轨迹比较

$\Delta P(t) = P_N(t) - P_c(t) = \frac{(1+\beta)D}{(r+\theta)\theta}(1 - e^{-\theta t}) > 0$,是与时间 t 有关的变量,随着时间的推移($t \rightarrow \infty$ 时),两种决策模式的污染物存量差额将越来越大,趋于一个定值 $\frac{(1+\beta)D}{(r+\theta)\theta}$,比较而言,联合决策模式下的排污水平要比独立决策模式低,即当两企业联合起来共同决策,控制污染物排放数量,该水域污染水平将减少 $\frac{(1+\beta)D}{(r+\theta)\theta}$ 。减少的污染物存量与污染物单位损害成本 D 、贴现率 r 、水体自净能力系数 θ 和两企业污染损害成本差异系数 β 均有关。

五 数据模拟

根据文献[6],模型中的变量赋值如表 1 所示:

表 1 模型变量赋值表

变量	A	ρ	r	θ	D	β	α	E_{10}	E_{20}	P_0
赋值	8.5	0.2	0.08	变化	0.2	1.2	0.9	5	6	20

不同水域环境的水体自我净化能力各不相同,同时还受到温度的影响。一般来说,温度越高,水体的自我净化能力就越强,参考文献[10],假定该水域水体自净能力系数与温度的对应数据如表 2 所示:

表 2 不同温度下的水体自净能力系数值

温度 T ($^{\circ}\text{C}$)	0	5	10	15	20	25	30
θ	0.0399	0.0502	0.0632	0.0795	0.1000	0.1260	0.1583

(一) 排污率的变化

将数据代入方程(8)、(17)并计算,独立决策下,两企业总瞬时最优排污量为:

$$E_N^* = 15.75 - 0.44/(0.08 + \theta) \quad (20a)$$

联合决策下,两企业总瞬时最优排污量为:

$$E_c^* = 15.75 - 0.88/(0.08 + \theta) \quad (20b)$$

当 θ 取表 2 数值时将数据代入并利用 Matlab 7.0 数学软件模拟作图如图 1 所示:

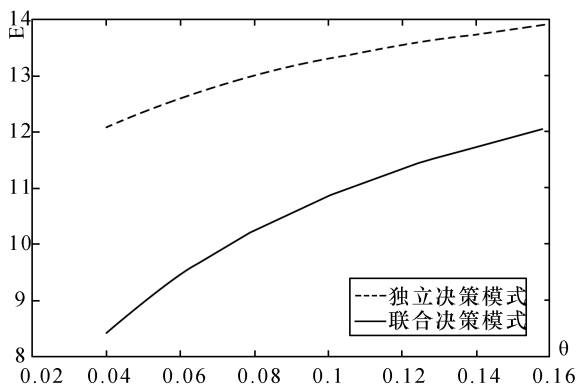


图 1 不同 θ 值时两种决策模式的总最优排污水平

图 1 中,虚线代表两企业各自采取独立决策时的总排污水平,实线代表两企业联合决策时的排污水平。当 θ (水体自净能力系数)因不同水域、不同

温度变化时,联合决策下的排污水平总是比独立决策模式低。在现有的技术水平条件下,位于同一水域的污染企业通过联合决策模式可以降低对水体的污染程度。

(二) 污染物存量的变化

当 θ (水体自净能力系数) 取 0.05 时,将数据代入到方程 (10)、(19) 并计算,独立决策下,两企业所在水域的污染物存量变化路径方程为:

$$P_N(t) = -227.31e^{-0.05t} + 247.31 \quad (21a)$$

联合决策下,两企业所在水域的污染物存量变化路径方程为:

$$P_C(t) = -159.62e^{-0.05t} + 179.62 \quad (21b)$$

利用 Matlab 软件分别对独立和联合决策模式下该水域的污染物存量变化作图如下:

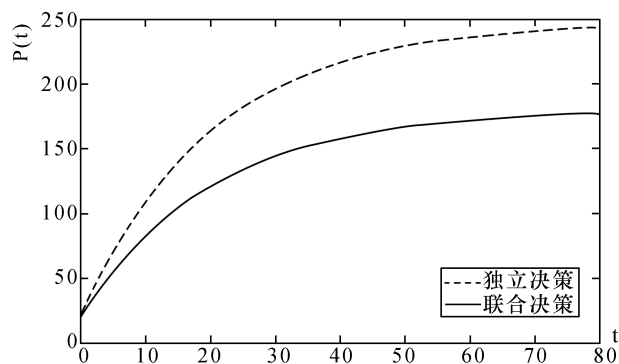


图2 两种决策模式下的污染物存量变化路径

由图2可以看出虚线总是高于实线,即独立决策下的污染物存量总是高于联合决策时的污染物存量,也就是说两企业采取联合决策时该水域的水质要好于采取独立决策。

六 结 语

联合决策(合作)下,两企业的均衡排污量、污染物存量均比独立决策(非合作)模式下的低,而两企业的利润都比独立决策模式下高。两种决策模式下,两企业均衡排污策略都受到排污价格的影响,而排污权交易量受到排污权价格和初始分配的双重影响。独立决策(非合作)时,两企业均衡排污率的差异与两企业的工业利润差异(α)和污染损害成本差异(β)都有关;联合决策(合作)时,两企业均衡排污率的差异与两地区的污染损害成本差异(β)无关,而仅与两地区的排污收益差异(α)有关。

联合决策模式下,在一定范围内,两企业的总排污水平与工业利润差异(α)正相关,与污染损害成本差异(β)负相关。即联合企业的工业利润差异越

小,污染损害成本差异越大,整体的排污水平越低。基于工业利润差异和污染损害成本差异与最优排污水平的相关性,联合决策部门制定的统一决策应当予以充分考虑。将工业利润差异较小、污染损害成本差异较大的污染企业组合构成联合整体,由决策部门制定合理排污计划,能够在总量控制原则上达到降低污染排放的最终目的。地方工业园区的招商引资计划也应考虑所引进的企业工业利润差异和污染损害成本差异两个重要因素,做到先研究、后引进、再规划,科学合理地减少工业园区等污染排放重灾区的污染物排放。

流域水污染的控制需要排污权交易制度的有效试行,需要一个完善的排污权交易市场。相关环境规制部门应当充分保证各种环境政策的合理运用,积极督促流域各排污企业进行排污权交易,充分利用市场的力量来达到减排的效果。基于本文的分析,联合决策是一种合理有效的减排模式。在水污染严重的流域成立联合决策部门或由环境规制机构设置职能部门,形成一种严密监测企业污染物排放、制定联合排放计划、评估减排效果等的制度,结合国家减排政策、地方发展规划制定科学合理的统一排污策略。利用企业追求利益最大化的本质,充分发挥利益共同体内企业“自我调节”功能,实现减少污染排放的目标。

[参考文献]

- [1] Kilgour D M, Okada N, Nishikori A. Load control regulation of water pollution: an analysis using game theory [J]. Journal of Environmental Management, 1988, 27 (2): 179-194.
- [2] Stimming M. Capital accumulation subject to population control-Open-loop versus feedback investment strategies [J]. Annals of Operations Research, 1999, 88: 309-336.
- [3] Gersbach H, Glazer A. Markets and regulatory hold-up problems [J]. Journal of Environmental Economics and Management, 1999, 37(2): 151-164.
- [4] List John A, Charles F Mason. Optimal Institutional Arrangements for Transboundary Pollutants in a Second-Best World [J]. Journal of Environmental Economics and Management, 2001, 42(3): 277-296.
- [5] 蔡玲如. 环境污染监督博弈的动态性分析与控制策略 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2010.
- [6] LI S. A differential game of transboundary industrial pollution with emission permits trading [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2014, 163(2): 642-659.
- [7] 易永锡, 李寿德, 刘文君, 等. 排污权交易条件下厂商污

- 染治理技术投资最优控制策略[J].系统管理学报, 2014(01):57-61.
- [8] Bretona Michele,Zaccourb Georges.A differential game of joint implementation of environmental projects[J].Automatica,2005,41(10):1737-1749.
- [9] Breton M,Mart G,Zaccour G.Equilibrium Investment Strategies in Foreign Environmental Projects[J].Journal of Optimization Theory and Applications,2006,130(1):23-40.
- [10] 冯建中,乔苏亚.水体自净系数计算[J].山西化工,1993(2):51-53.

A Differential Game of Water Pollution Control

YI Yong-xi,XU Rong-wei,ZHAO Man,CHENG Li-li,ZOU Wei-guang

(University of South China,Hengyang 421001,China)

Abstract: Emission trading system is an effective policy of environmental pollution control.A pollution control differential game model is established by using differential game theory and method based on the horizontal transboundary pollution of two companies: with the instantaneous emissions as a control variable and the common water pollutants stock as state variables,it analyzes the independent decision-making model of the enterprises in pursuit of maximizing their own interests,control strategy of joint decision model under the pursuit of the overall benefit maximization.By using the dynamic optimization method,the Markov Nash equilibrium strategy of the two decision-making models are obtained.The results show that,compared with the independent decision-making model,the joint decision-making model can achieve lower emissions,lower pollution stock.At the same time,the equilibrium strategy will be affected by the price and the initial allocation of emission rights.

Key words: emission permits trading; differential game; dynamic optimization