

基于 ARFIMA 模型的黄金价格预测

林 雨, 孔刘柳^①, 刘 培^②

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

[摘 要] 研究发现上海黄金交易所黄金收益序列有长期记忆性, 进而从另外一个角度证实了上海黄金市场尚未达到弱式有效的结论。应用 ARFIMA 模型对黄金收益序列进行预测, 并与用于定量预测的 ARMA 模型对比, 结果表明分整的 ARFIMA 模型提高了黄金收益序列长期预测的可靠性。

[关键词] 长期记忆性; 分整自回归滑动平均模型; 预测

[中图分类号] F830.94 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1673-0755(2010)01-0036-03

一 引言

黄金作为一种特殊的贵金属, 具有货币和商品的双重功能。它有价值和投资的功能, 又是国际储备资产和重要的工业原料。近期由于受国际经济环境影响, 黄金价格呈现剧烈波动态势。黄金价格受到许多因素的影响。诸如: 通货膨胀率、美元名义有效汇率、石油现货价格、世界黄金储量等, 这些因素对黄金价格的影响程度不同、影响方式不同, 且其影响会随着时间和条件的变化而发生改变。由于影响因素的复杂性, 使得试图通过分析影响因素的变化规律来预测黄金价格的途径变得不可行。时间序列模型不像回归模型那样根据因果关系建立模型, 而是根据被预测变量过去变化的规律性来建立模型, 然后利用这个模型来预测该变量未来的变化, 利用时间序列模型研究黄金价格波动是一种更为可行的方法。ARMA(自回归移动平均)模型是最常用的时间序列模型。但最近许多学者的研究指出, 金融资产收益普遍具有长期记忆性, 所谓长期记忆性是指, 收益率序列中相距较远的时间间隔具有显著的自相关性, 即历史事件的冲击会影响未来, 而且这种影响在相当长的时滞后仍然存在。而 ARMA 模型是不考虑长期记忆性的。由于长期记忆性的存在使得金融资产收益变得非常复杂, 对金融资产收益的长期记忆性进行深入研究是非常重要的。分数积分自回归移动平均模型 (ARFIMA 模型) 是主要的方法之一。ARFIMA 模型是由 Ganganer^[1] 等和 Hosking 分别独立提出的, Ganganer 又对其进行深入研究^[2]。Baillie 对长期记忆性和 ARFIMA 模型进行了全面综述^[3]。Hosking 推导了具有长期记忆性的时间序列的样本均值、自协方差和自相关系数的性质, 并将这些结果

应用于 ARFIMA 模型^[4]。建立 ARFIMA 模型的关键步骤是对序列进行分数阶差分, 然而, 由于分数阶差分比较困难, 大多数学者进行实证分析时使用一阶差分代替分数阶差分, 这种做法虽然很方便, 但却导致过度差分问题, 使原始序列中许多有用的序列特征被差分掉了, 使得在参数估计和建模时产生更大偏差。为了解决这个问题, 本文采用分数阶差分方法, 建立上海黄金交易所黄金收益周数据 ARFIMA 模型, 并将 ARFIMA 模型的预测效果与传统的 ARMA 模型进行对比分析。

二 ARFIMA 模型及分数阶差分

(一) ARFIMA 模型

如果 $\{x_t\}$ 是平稳过程且满足差分方程 $\phi(L)(1-L)^d x_t = (L) a_t$, 则称 $\{x_t\}$ 为 ARFIMA(p, d, q) 过程。

其中 L 为滞后算子, 为 $\{a_t\}$ 白噪声序列, $-0.5 < d < 0.5$, $(1-L)^d$ 为分数差分算子, $\phi(L)$ 和 (L) 分别为 p 阶与 q 阶平稳的滞后多项式算子, 且根的模大于 1 (在复平面单位圆外), 即 $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$ 并且 $(L) = 1 - \lambda_1 L - \lambda_2 L^2 - \dots - \lambda_q L^q$ 。显然, 过程 $\{x_t\}$ 是 ARFIMA(p, d, q) 过程的充分必要条件是 $(1-L)^d x_t$ 是 ARMA(p, q) 过程。如果当 $|a| \leftarrow 1$ ($L \neq 0$) 则序列 $y_t = \phi(L)^{-1} (L) x_t$ 满足 $(1-L)^d y_t = a_t$ 以及 $\phi(L) x_t = (L) y_t$ 从而 $\{x_t\}$ 可被视为由分数差分噪声所驱动的 ARMA(p, q) 过程。

(二) 分数阶差分的必要性

过度差分会滤掉序列在低频处的成分。Ganganer 在文献 [1] 中进行了说明。设 x_t 为一个时间序列, 且经过 d 次差分后可以得到序列 y_t , y_t 是一个符合 ARMA 模型的序列, x_t 被

[收稿日期] 2010-01-07

[基金项目] 上海市教委第五期重点学科“经济系统运行与调控”项目资助 (编号: J50504)

[作者简介] 林雨 (1981-), 男, 河南省周口市人, 上海理工大学管理学院硕士研究生。

①上海理工大学管理学院副教授。②上海理工大学管理学院硕士研究生。

称做积分序列, 即将 y_t 叠加 (或积分) d 次就可以得到序列 x_t , 记为 $x_t \sim I(d)$ 。

如果 y_t 的谱函数为 $f(w)$, 则 x_t 的谱函数为

$$f_x(w) = |1 - e^{-iw}|^{-2d} f(w), w \neq 0 \tag{1}$$

被一阶差分的序列的谱函数等于原始序列的谱函数乘以 $|1 - e^{-iw}|^2 = 2(1 - \cos w)$, 如果 y_t 为严平稳序列, $\lim_{w \rightarrow 0} f(w) = c$ c 为常量, 且大于零, 如果 $c = 0$ 就意味着进行了过度差分。

另外, 当 w 很小时, $f_x(w) = \alpha w^{-2d}$ 。考虑当 $f_x(w)$ 由公式 (1) 给出时, 当 $0 < d < 1$, x_t 具有无限方差, 此时, 使用一般的 Box-Jenkins 识别程序就会得出需要进行一阶差分的结论。但是, 如果进行了一阶差分, 谱会变为 $f_{x'}(w) = [2(1 - \cos w)]^{-2(1-d)} f(w)$ 。此时, $f_{x'}(0) = 0$ 显示进行了过度差分。在这种情况下, 时间序列分析学者建议进行一阶差分以得到有限的方差, 但当序列真的被一阶差分后, 原点附近的频谱成分消失了。这意味着, 当 d 为分数时, 无论是否进行一阶差分, 结果都是不让人满意的。过度差分的危害除了表现在频谱上, 还表现在对序列方差的影响上。米尔斯给出了这方面的例子, 结果显示过度差分后序列的方差将大于原始 MA(1) 过程。米尔斯认为, 与不同 d 值相联系的样本方差的表现能够提供决定适当分程度的有效方法, 在达到平稳序列前, 方差会一直下降, 而一旦经过过度差分, 方差就会上升^[5]。

三 实证研究

(一) 数据选取

本文选取上海黄金交易所交易的 Au9999 价格数据, 所取样本范围为 2002 年 11 月 4 号至 2009 年 9 月 30 号 (数据来源于锐思数据 <http://www.resnet.cn>)。对于没有价格数据的日期, 取该周交易价格的平均值。为使文章结论对实践有更强的指导意义, 所取样本数据为周平均价格。这样一共有 347 个样本数据, 通过 ARFMA 模型和石油价格历史数据对下一周的石油价格波动进行预测。本文将样本数据分成两部分, 第一部分从 2002 年 11 月 4 号到 2009 年 7 月 24 号共 337 个样本数据, 记为 $\{X_t\}$, 这部分样本用于构建模型和确定模型参数; 第二部分从 2009 年 7 月 27 日到 2009 年 9 月 30 号共 10 个样本数据, 用于检验第一部分样本数据构建的模型。

(二) 长记忆性检验

经分析原始时间序列 X_t 的自相关图和偏相关图可以发现, 该时间序列是非平稳序列, 对它的对数一阶差分序列进行单位根检验, 检验结果如表 1, 可以看出该是平稳时间序列。本文记对数序列的一阶差分为收益序列, $R_t = \log(X_t) - \log(X_{t-1})$ 。

表 1 R_t 序列的 ADF 检验

检验方法	1% 临界值	5% 临界值	10% 临界值	统计量值
ADF 检验	-3.449679	-2.869952	-2.571321	-14.28994

通过对黄金收益自相关函数的研究, 可以展现黄金收益的长记忆性。利用 EVIEWS 软件分析, 从收益序列 R_t , 收益绝对值序列 $|R_t|$, 收益平方 R_t^2 的自相关函数都可以看出较明显的长记忆性, 尤其是 $|R_t|$ 的自相关函数, 如图 1 所示:

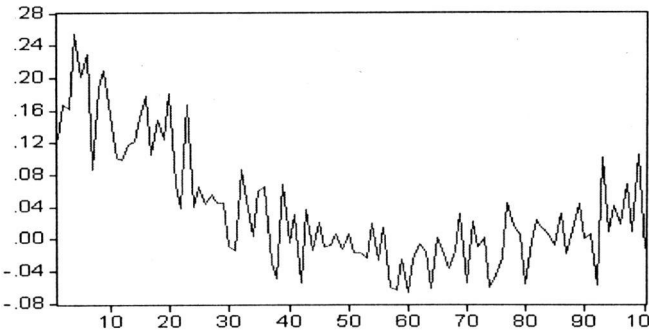


图 1 黄金收益绝对值的自相关函数

从图 1 可以清楚的看到, 黄金收益绝对值的自相关函数呈缓慢下降趋势, 滞后 30 阶后自相关函数才小于零。这说明黄金价格波动存在长记忆性。

(三) 建立模型

ARFMA 模型中的分数差分 d 可以通过 Hurst 指数来求解, $d = H - 0.5$ 。Hurst 指数可以用 R/S 估计法计算, 具体计算过程可参考文献 [6]。通过 R/S 分析求得黄金收益的 Hurst 指数为 0.5264。Hurst 指数大于 0.5 进一步表明了黄金收益序列存在长记忆性。由 $d = H - 0.5$ 的关系式可以求得分数差分系数为 0.0264。对收益序列 $\{R_t\}$ 进行分数差分, 除去其长记忆性, 得到短记忆的时间序列。使用 ARMA 模型对分数差分后的序列建立模型。可以根据黄金收益的自相关函数和偏相关函数的特征初步判断 ARMA 模型的阶数, 然后利用 AIC 准则选择合适的模型, 见表 2。AIC 的值越小说明模型越合适。

表 2

ARMA 模型	AR (1)	AR (2)	MA (1)	MA (2)
AIC 值	-4.80745	-4.80401	-4.814642	-4.808689
ARMA 模型	ARMA (1, 1)	ARMA (1, 2)	ARMA (2, 1)	ARMA (2, 2)
AIC 值	-4.805737	-4.806502	-4.808065	-4.802119

从表 2 可以看出, 对于黄金收益序列最合适的预测模型是 MA (1)。表 3 是黄金收益预测最优模型的参数估计结果。

表 3

变量	系数	标准差	T-统计量	P 值
	0.244638	0.053012	4.614787	0

(四) 模型预测

有了前面的模型估计, 可以用 ARFMA 模型对第二部分数据也就是从 2009 年 7 月 27 日到 2009 年 9 月 30 号这部分数据做预测。ARFMA 模型相当于对黄金收益序列进行分数差分后再应用 ARMA 模型。本文也对黄金收益序列直接应用 ARMA 模型, 并将其预测效果与 ARFMA 模型做比较。表 4 中第一列显示的是用第一部分选好的数据对第二部分数据预测的均方差, 第二列显示的是对黄金收益序列不进行分数差分, 直接应用第一部分数据估计 ARMA 模型, 再预测第二部分的均方差。

表 4

模型	ARFMA	ARMA
MSE	0.022400	0.022506

均方差越小表示预测的效果越好^[6]。从均方差比较结果来看, 应用 ARFMA 模型的预测效果好于直接对黄金收益应用 ARMA 模型。

四 结论

本文通过上海黄金交易所黄金交易价格数据实证检验, 发现黄金收益序列存在长记忆性。这表明我国的黄金市场还不是一个弱势有效市场, 历史信息将对黄金市场产生一定影响, 收益率序列并没有呈现出随机游走的特征。

我国黄金市场存在长记忆性暗含着重要的政策意义: 当市场具有长期记忆时, 即具有非线性结构时, 如果市场监管者仍根据线性市场条件下信息反映的因果关系对市场进行政策调控, 那么就有可能达不到所预期的市场反映, 甚至产

生与预期方向相反的效果。因此, 无论对于市场的交易者还是对于市场的调控者, 既要考虑市场的短期相关关系, 又要考虑长期的、滞后的影响。

目前关于黄金价格波动的预测研究多采用多因素回归模型, 未考虑其中存在的长记忆性。本文介绍了长记忆预测模型 ARFMA 的表示形式, 应用该模型对黄金价格的波动进行了预测研究, 相比通常的 ARMA 模型改进了预测效果。同时 ARFMA 模型对黄金价格其他方面的预测研究也具有一定的借鉴作用。

[参考文献]

[1] Granger CW J, Joyeux R. An Introduction to Long-memory Time Series Models and Fractional Differencing[J]. Journal of Time Series Analysis 1980(1): 15-29

[2] Granger CW J. Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models[J]. Journal of Econometrics 1980(14): 227-238

[3] Baillie R T. Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics[J]. Journal of Econometrics 1996 73(1): 5-59

[4] Hosking J R M. Asymptotic Distributions of the Sample Mean Autocovariance and Autocorrelations of Long-memory Time Series[J]. Journal of Econometrics 1996 73(1): 216-284

[5] 特伦斯, C 米尔斯. 金融时间序列的经济计量学模型[M]. 俞卓菁译, 北京: 经济科学出版社, 2002

[6] 冯春山, 吴家春, 蒋 馥. 石油价格的 ARFMA 模型预测研究[J]. 上海理工大学学报, 2005(6): 539-542

The Gold Price Forecasts Based on the ARFIMA Model

LN Yu, KONG Li-li, LIU Pei

(Shanghai University of Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract Research has found that gold return series of Shanghai Gold Exchange has a long-term memory, and from another point of view confirms the conclusion that Shanghai Gold market has not reached weak effectiveness. Compared with the ARMA model which is used for quantitative forecasting and taking the ARFMA model to predict the gold return series, the outcome shows that the ARFMA model increases the reliability of long-term prediction for gold return series.

Key words long-term memory fractional integration for Autoregressive Integrated Moving Average predict